Maulana Azad National Urdu University

B.Sc. (MPC/MPCs) III Semester Examination - December - 2018

BSMM301CCT - Algebra الجبرا

Time : 3 hrs **Marks : 70**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لیے لفظوں کی تعداد اشارۃ ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات / خالی جگہ پُر کرنا / مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. حصہ دوم میں 8 سوالات ہیں، اس میں سے طالب علم کو کوئی 05 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 06 نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. حصہ سوم میں 5 سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی 03 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو (500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ - اول

سوال نمبر 1

(i) کیا ہر Abelian Group کا Quotient Group، Abelian ہوتا ہے؟ (ہاں/نہیں)

(ii) کیا دو Normal Subgroup کا Intersection، Normal subgroup ہوگا۔ (ہاں/نہیں)

(iii) اگر $G = \{1, -1, i, -i\}$ ایک گروپ ہو تب 'G' کا generator ________ ہے۔

(a) 1 (b) -1 (c) i (d) ان میں کوئی بھی نہیں

(iv) Isomorphism گروپ کی تعریف کرو۔

(v) Permutation $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 3 & 1 & 8 & 5 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ even ہے یا odd ہے؟

(vi) Gaussian Integer کی تعریف کرو۔

(vii) Maximal Ideal کی تعریف کرو۔

(viii) Division Ring کی تعریف کرو۔

(ix) Eisenstein criterion کو بیان کرو۔

(x) کیا ہر Euclidean ring، Principle Ideal Ring ہوتا ہے۔ (صحیح/غلط)

حصه - دوم

2۔ بتلاؤ کہ تحت گروپ (subgroup) H کے کوئی دو left(right) Cosets ‘ disjoint ہوں گے یا Identical ہوں گے۔

3۔ بتلاؤ کہ $G=\left(\left\{a+b\sqrt{2}\,/\,a,b\in Z\right\},+\right)$ ایک Abelian Group ہے۔

4۔ بتلاؤ کہ ہر Cyclic گروپ Abelian گروپ ہوتا ہے۔

5۔ اگر $f=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 8 & 7 & 6\end{pmatrix}$ ‘ $g=\begin{pmatrix}4 & 1 & 5 & 6 & 7 & 3 & 2 & 8\end{pmatrix}$ Cyclic Permutations ہیں

تب ثابت کرو $(f\,g)^{-1}=g^{-1}f^{-1}$ ہے۔

6۔ تحت رنگ (Subring) کی تعریف کرو۔ ثابت کرو کہ $S=\left\{\begin{bmatrix}p & 0\\ q & 0\end{bmatrix}/\,p,q\in Z\right\}$ ‘ ring

$R=\left\{\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}/\,a,b,c,d\in Z,+,\cdot\right\}$ کا تحت رنگ (Subring) ہے۔

7۔ اگر $f:R\rightarrow R'$ ہم مارفیت (Homomorphism) ہے اور K اس کا Kernel ہے تو بتلاؤ کہ K رنگ R (Ring) کا Ideal ہے۔

8۔ $Z_6=\left(\left\{0,1,2,3,4,5\right\},+_6,\times_6\right)$ میں دو Polynomials $f(x)=12x^2+4x+5$ ‘ $g(x)=5x^2+4x+1$ کے لیے $f(x)+g(x)$ اور $f(x)g(x)$ معلوم کرو۔

9۔ Euclidean Domain کی تعریف کرو اور بتلاؤ کہ $f(x)=25x^5-9x^4+3x^2-12x+5$ ‘ $\mathbb{Q}$ پر Irreducible ہے۔

حصه - سوم

10۔ لیگرانج قضیہ (Lagrange Theorem) کو بیان اور ثابت کرو۔

11۔ ہم مارفیت گروپ (Homomorphism group) کے بنیادی قضیہ (Fundamental theorem) کو بیان اور ثابت کرو۔

12۔ بتلایئے کہ $R=\left(\left\{0,1,2,3,4,5\right\},+_6,\times_6\right)$ ایک Commutative Ring ہے۔

13۔ اگر رنگ U R(Ring) کا Ideal ہے تو ثابت کرو Quotient Ring R/U ‘ R کا ہم مارفیت عکس (Homomorphic image) ہوگا۔

14۔ ثابت کرو کہ Ring of Integers $(Z,+,\cdot)$ ایک Euclidean ring ہے۔

☆☆☆