# Maulana Azad National Urdu University

## B.Sc. (MPC/MPCs) IV Semester Examination - May - 2019

## BSMM401CCT - Real Analysis حقیقی تجزیہ

**Time : 3 hrs** **Marks : 70**

**ہدایات:**

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لیے لفظوں کی تعداد اشارۃ ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. حصہ دوم میں 8 سوالات ہیں، اس میں سے طالب علم کو کوئی 05 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 06 نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. حصہ سوم میں 5 سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی 03 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو (500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

---

## حصہ - اول

**سوال نمبر 1**

(i) تواتر (Sequence) $\left\{\frac{1}{2^n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ کی انتہا __________ ہے۔

(a) 1 (b) 0 (c) $\frac{1}{2}$ (d) ان میں سے کوئی نہیں

(ii) $\bigcap_{n=1}^{\infty}\left(a-\frac{1}{n},a+\frac{1}{n}\right)=$ __________ ہوگا۔

(iii) Closed Set کی ایک مثال کے ساتھ تعریف کرو۔

(iv) شمار پذیر سیٹ (Countable Set) کی تعریف کرو۔ ایک مثال کی دو۔

(v) $\sum\frac{1}{n^2+1}$ Convergent ہے۔ (صحیح/غلط)

(vi) سلسلہ (Series) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}$ __________ ہے۔

(a) Convergent ہے (b) Divergent ہے
(c) Conditionally Convergent ہے (d) سبھی

(vii) $f(x)=\frac{\sin x}{x}(x\neq 0)$، $f(0)=1$ پر $x=0$ مسلسل (Continuous) ہے۔ (صحیح/غلط)

(viii) $f(x) = \sin\frac{1}{x}$ Differentiable ہے۔

(a) صرف $x = 0$ پر (b) ہر $x \in IR$ کے لیے (c) $\forall x \in R-\{0\}$ (d) ان میں سے کوئی نہیں

(ix) $\forall x \in [0,1]$ $f(x) = x$ اور P={0,1/3,2/3,1} کے لیے *U(P,f)* ہے۔

(a) $3/2$ (b) $2/3$ (c) $1/2$ (d) $1/3$

(x) ریمان انٹگرل (Riemann Integral) کی تعریف کرو۔

## حصہ - دوم

2۔ تعریف کرو۔

(i) انتہائی نقطہ (Limit Point) (ii) اندرونی نقطہ (Interior Point) (iii) کھلا سٹ (Open Set)

(iv) بند سٹ (Closed Set) ایک مثال دو۔

3۔ Bolzano Weierstrass کے نظریہ کو بیان اور ثابت کرو۔

4۔ ثابت کرو کہ (i) $\left\langle S_n = 2-\frac{1}{2^{n-1}}\right\rangle$ اور $S_n = \frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\cdots+\frac{1}{n.(n+1)}$ Convergent ہیں۔

5۔ (i) $\sum\frac{(n!)^2}{(2n)!}$ اور (ii $\sum_{n=1}^{\alpha}\frac{(-1)^n n}{n^2+1}$ کے Convergence کی جانچ کرو۔

6۔ ثابت کرو کہ $f(x) = \frac{x-|x|}{x}(x \neq 0)$ ، $f(0) = 2$ ہر $\mathbb{R}-\{0\}$ Continuous ہے۔

7۔ اگر $f:[a,b] \to R$ ، $[a,b]$ ہر Continuous ہے تب ثابت کرو کہ $[a,b]$ ہر f بسط (bounded) ہوگا۔

8۔ ثابت کرو کہ $\underline{\int_a^b} f(x)\,dx \le \overline{\int_a^b} f(x)\,dx$

9۔ Riemann تکمل (Integral) کے تعریف سے ثابت کرو کہ $\int_1^2 (3x+1)\,dx = 11/2$ ہے۔

## حصہ - سوم

10۔ کسی سٹ 'A' کے l.u.b. اور g.l.b. کی تعریف کرو۔ ایک مثال دو Archimedean Property کو بیان اور ثابت کرو۔

11۔ Monotonic تواتر (Sequence) کی تعریف کرو۔ ثابت کرو کہ ہر Monotonic تواتر Convergent ہوگا $\Leftrightarrow$ وہ بسط (bounded) تواتر ہے۔

12۔ معلوم کرو کہ $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n^p}$ کب Absolute Convergent اور کب Conditionally Convergent ہے۔

13۔ ثابت کرو کہ ہر Uniformly Continuous تفاعل (function) Continuous ہوگا۔ کیا اس کا معکوس درست ہے؟ ایک مثال دو۔

14 ثابت کرو کہ ہر Continuous اور Monotonic فنکشنس تکمّل پذیر (Integrable) ہیں۔

☆☆☆