Maulana Azad National Urdu University

M.Sc. (Maths) I Semester Examination - December - 2018

Paper : Ordinary Differential Equations (MSMM103CCT)

Marks : 70 **Time : 3 hrs**

ہدایات :

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے : حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے **1 نمبر مختص ہے۔** (10 Marks=**10 x** 1)
2. حصہ دوم میں آٹھ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ **ہر سوال کے لیے نمبرات مختص ہیں۔** (30 Marks=5 x 6)
3. حصہ سوم میں پانچ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو (500) **لفظوں پر مشتمل ہے۔** ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ (30 Marks=3 x 10)

حصہ اول

(1) (i) تفریقی مساوات (Differential Equation) $(D^2+a^2)y=0$ کا حل ------------------ ہیں۔

(ii) تفریقی مساوات (Differential Equation) $\left(D^3-D\right)y=2\cosh x$ کا Particular integral ---------------- ہیں۔

(iii) تفریقی مساوات (Differential Equation) $Mdx+Ndy=0$ ، Exact ہوتی ہے اگر -----------

(a) $\frac{\partial M}{\partial x}=\frac{\partial N}{\partial y}$ (b) $\frac{\partial M}{\partial y}=\frac{\partial N}{\partial x}$ (c) $\frac{\partial M}{\partial x}+\frac{\partial N}{\partial y}=0$ (d) None

(iv) مساوات $\left(x^2-1\right)y''+xy'-y=0$ کے $x=0$ ، $x=1$ کے ----------- نقطے ہوتے ہیں۔

(a) x=0 ordinary point (b) x = 1 regular singular point (c) x = 0 , 1 singular point (d) both (a) and (b)

(v) $\frac{d}{dx}\left[x^nJ_n(x)\right]=$ __ کی قدر ---------- ہوتی ہیں۔

(a) $x^{-n}J_{n-1}(x)$ (b) $-x^{-n}J_{n+1}(x)$ (c) $\frac{2x}{n}J_n(x)$ (d) none

(vi) $P_n'(1)$ کی قدر ---------- ہوتی ہیں۔

(a) $\frac{(n+1)}{2}$ (b) 1 (c) -1 (d) $\frac{n(n+1)}{2}$

(vii) Lipschitz condition کو بیان کرو۔

(viii) تفریقی مساوات $y_1'=y_1$ ، $y_2'=y_1+y_2$ کا حل --------------- ہوتا ہیں۔

(ix) Strum Liouville problem کے سارے Eigen values -------------- ہوتے ہیں۔

none(d) real(c) unequal(b) Imaginary (a)

(x) Green's function کن properties کو satisfy کرتا ہے -----------

حصہ دوم

2. تفریقی مساوات (Differential Equation) $(D^2+1)y = x^2\sin 2x$ کو حل کرو۔

3. اگر $y_1(x)$ ، $y_2(x)$ تفریقی مساوات (Differential Equation) $L[y] \equiv a_0(x)y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = 0$ کے دو حل ہیں تو ثابت کرو Linear combination $C_1y_1(x) + C_2y_2(x)$ بھی $L[y]=0$ کا حل ہوگا۔

4. ثابت کرو $J_{1/2}[x] = \sqrt{\frac{2}{\pi x}}\sin x$ ۔

5. ثابت کرو $H_n[x] = (-1)^n e^{x^2}\frac{d^n}{dx^n}e^{-x^2}$ ۔

6. ثابت کرو $f(x,y) = x^3|y|$ ، $R: |x|\le 2,\ |y|\le 2$ پر Lipschitz condition کو satisfy کرتی ہے مگر $\frac{\partial f}{\partial y}$ (x,0) پر Exists نہیں ہوتا اور Lipschitz constant معلوم کرو۔

7. دی گئی مساوات $\frac{dy}{dx} = e^x + y^2$ ، $y(0)=0$ کے تین Successive approximation کا حل معلوم کرو۔

8. دی گئی Boundary value problem ، $y''=0$ ، $y(0)=y(l)=0$ کا Green's function معلوم کرو۔

9. ثابت کرو کے دی گئی مساوات $a_0(x)\neq 0$ ؛ $a_0(x)y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = 0$ ، $x\in(a,b)$ جس کے Wronskian کے دو حل never zero or identical zero ہے۔

حصہ سوم

10. ثابت کرو Bessel's کا Generating function $exp\left\{\frac{1}{2}x\left(z-\frac{1}{z}\right)\right\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} z^nP_n(x)$ ہے۔

11 lagrange's تفریقی مساوات (differential Equation) $xy'' + (1-x)y' + ny = 0$ کا سلسلہ حل (series sol.) معلوم کرو

12 دی گئی boundary value problem ، $y'' + y = x$ ، $y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ کا green's functions معلوم کرو۔

13 دی گئی Strum-Liouville problem $y'' + \lambda y = 0$ جس کے boundary conditions $y(1)+y'(0)=0$, $y(1)+y'(1)=0$ ہے کے Eigen values اور Eigen vectors معلوم کرو۔

14 ثابت کرو Strum-Liouville problem کے سارے Eigen values حقیقی (real) ہوتے ہیں۔