

Maulana Azad National Urdu University

M.Sc. Maths (MSMM103CCT) I Semester Examination - December - 2017

Paper : Ordinary Differential Equations

پرچہ : معمولی تفرقی مساوات

Time : 3 hrs

Marks : 70

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارہ ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ (10 x 1 = 10 Marks)

2. حصہ دوم میں آٹھ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دو سو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 6 نمبرات مختص ہیں۔ (5 x 6 = 30 Marks)

3. حصہ سوم میں پانچ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو (500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ (3 x 10 = 30 Marks)

حصہ اول

سوال نمبر : 1

(i) تفرقی مساوات (Differential Eqn.)  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$  Exact ہوگی اگر \_\_\_\_\_۔

(a)  $\frac{\partial N}{\partial y} = \frac{\partial M}{\partial x}$  (b)  $\frac{\partial M}{\partial y} \cdot \frac{\partial N}{\partial x} = 1$  (c)  $\frac{\partial N}{\partial y} \cdot \frac{\partial M}{\partial x} = 1$  (d)  $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

(ii) تفرقی مساوات  $y' - 2y = 0$  کا حل \_\_\_\_\_ ہے۔

(a)  $\phi(x) = ce^{-2x}$  (b)  $\phi(x) = ce^{2x}$  (c)  $\phi(x) = cx$  (d)  $\phi(x) = cx^2$

(iii) تفرقی مساوات  $y'' + a^2y = 0, (a > 0)$  کا حل \_\_\_\_\_ ہے۔

(a)  $\phi(x) = C_1e^{ax} + C_2e^{-ax}$  (b)  $\phi(x) = C_1e^{2ax} + C_2e^{-2ax}$

(c)  $\phi(x) = C_1 \cos ax + C_2 \sin ax$  (d)  $\phi(x) = C_1 \cosh ax + C_2 \sinh ax$

(iv) اگر  $\phi_1(x) = x$ ،  $\phi_2(x) = e^{rx}$ ، اور  $r \in \mathbb{C}$ ،  $-\infty < x < \infty$  دو تقاعلات ہیں تب ذیل کا کونسا بیان صحیح ہے۔

(a)  $\phi_2(x)$ ،  $\phi_1(x)$  are linearly independent (b)  $\phi_2(x)$ ،  $\phi_1(x)$  are linearly dependent

(c)  $\phi_1(x)$ ،  $\phi_2'(x)$  are linearly Independent (d) ان میں سے کوئی نہیں

(v)  $x = 1$  مساوات  $(x^2 - 1)y'' - xy' - y = 0$  کا \_\_\_\_\_ ہے۔

(a) Regular Singular Point (b) Irregular Singular Point

(c) Ordinary Point (d) ان میں سے کوئی نہیں

(vi)  $x = 0$  مساوات  $y'' - xy + 2y = 0$  کا \_\_\_\_\_ ہے۔

Irregular Singular Point (b)

Regular Singular Point (a)

(d) ان میں سے کوئی نہیں

Ordinary Point (c)

(vii)  $|x| < \infty$  ،  $|y| < \infty$  ،  $F(x, y) = (3x + 2y_1, y_1 - y_2)$  کا Lipschitz Constant 'K' \_\_\_\_\_ ہوگا۔

(d) ان میں سے کوئی نہیں

3 (c)

1 (b)

0 (a)

(viii) دی گئی تفریقی مساوات  $\phi(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^3y}{dx^3}) = 0$  میں کتنے Arbitrary Constants ہونگے \_\_\_\_\_۔

4 (d)

3 (c)

2 (b)

1 (a)

(ix) Sturm - Liouville System میں Eigen Values \_\_\_\_\_ ہیں۔

(d) ان میں سے کوئی نہیں

3 (c)

Real (b)

Complex (a)

(x) حقیقی تفاعلات  $f_2(x), f_1(x)$  (Real Functions) وقفہ  $[a, b]$  (Interval) پر Orthogonal Function \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ ہے اگر \_\_\_\_\_ ہو۔

$$\int_a^b f_1(x), f_2(x) dx > 0 \quad (b)$$

$$\int_a^b f_1(x), f_2(x) dx < 0 \quad (a)$$

(d) ان میں سے کوئی نہیں

$$\int_a^b f_1(x), f_2(x) dx = 0 \quad (c)$$

### حصہ دوم

(2) مساوات  $y'' - 2y' + y = x^2 e^{2x}$  کو حل کرو۔

(3) مساوات  $x^2 y'' + 2xy' = \log x$  کو حل کرو۔

(4) دی گئی مساوات  $(1 - x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0$  کو Ordinary نقطہ (Point) پر حل کرو۔

(5) اگر  $\phi_1, \phi_2$  وقفہ  $x_0 \in I$  پر مساوات  $L(y) = y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$  کے دو حل ہیں تب بتلاؤ کہ

$$W(\phi_1, \phi_2)(x) = e^{-a_1(x-x_0)} W(\phi_1, \phi_2)(x_0)$$

(6) دی گئی ابتدائی قیمت کا مسئلہ (Initial Value Problem)  $\frac{dy}{dx} = y^{1/3}, y(0) = 0$  کے Existence and Uniqueness

کے حل کو جانچئے (Examine)۔

(7) بتلاؤ کہ تفاعل (Function)  $f(x, y) = x \sin y + y \cos x$  Lipschitz  $|x| \leq a, |y| \leq b$  کے شرائط کو پورا کرتی ہے نیز

Lipschitz Constant معلوم کرو۔

(8) دی گئی حدودی شرائط کے سوال (Boundary Value Problem)  $y'' + \lambda y = 0, y(0) = 0, y(1) = 0$  کے

Eigen Values اور Eigen Functions معلوم کرو۔

(9) ثابت کرو کہ Sturm - Liouville System کے ہر Eigen Values کے لیے ایک ہی Eigen تفاعل ہوتا ہے۔

## حصہ سوم

(10) دی گئی مساوات  $y'' - 2y' + y = xe^x \log x$  کو Variation of Parameters کی مدد سے حل کرو۔

(11) تفرقی مساوات (Differential Equation)  $xy'' + (1-x)y' + ny = 0$  کا سلسلہ حل (Series Solution) معلوم کرو

جہاں پر 'n' ایک مثبت مستقل (Positive Constant) ہے۔

(12) دی گئی مساوات  $y'' + \lambda y = 0, y(0) = 0, y'(1) = 0$  کے Normalized Eigen Functions معلوم کرو اور تقابل

(Function)  $f(x) = x, 0 \leq x \leq 1$  کو انہی Normalized Eigen میں پہلاؤ۔

(13) Boundary Value Problem کے  $x^2 y'' - 2xy' + 2y = x$  ،  $y(1) = 0, y(2) = 0$  کا حل Greens Function سے معلوم کرو۔

(14) دی گئی مساوات  $x^2 y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0, (n \notin Z)$  کا حل معلوم کرو۔

☆☆☆