Maulana Azad National Urdu University

M.Sc. Maths (MSMM101CCT) I Semester Examination - December - 2017

Paper : Real Analysis - I

پرچہ : حقیقی تجزیہ - I

Time : 3 hrs **Marks : 70**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں **10** لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. حصہ دوم میں آٹھ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو **(200)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **6** نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. حصہ سوم میں پانچ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو **(500)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **10** نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ اول

سوال نمبر : 1

(i) $\bigcup_{n\in N}\left[1+\frac{1}{n},3-\frac{1}{n}\right] =$ __________ ۔

(a) [1, 3] (b) (1, 3) (c) [1, 3] (d) [1, 3)

(ii) A=[0, 1] Countable سٹ ہے۔ (صحیح / غلط)

(iii) Increasing Sequence کی مثال دو۔

(iv) $\left\langle Sn = 1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+---+\frac{1}{n!}\right\rangle$ __________ ہے۔

(a) Convergent (b) Divergent (c) Oscillatory (d) ان میں کوئی بھی نہیں

(v) $f(x)=x^2 Sin(\frac{1}{x}, (x\neq 0)$ اور f(0)=0، x=0 پر

(a) Continuous ہے (b) Differentiable ہے (c) دونوں (d) ان میں کوئی بھی نہیں

(vi) $U(P,f,\alpha)$ اور $L(P,f,\alpha)$ کی تعریف کرو۔

(vii) اگر P^* تقسیم P کا Refinement ہے تب ذیل میں کونسا بیان صحیح ہے۔

(a) $L(P^*,f,\alpha)\leq L(P,f,\alpha)$ (b) $L(P,f,\alpha)\leq L(P^*,f,\alpha)$

(c) $U(P,f,\alpha)\leq U(P^*,f,\alpha)$ (d) ان میں سے کوئی نہیں

(viii) اگر $Sm,n=\frac{m}{m+n}$ $m=1,2,3...,n=1,2,3...$ تب مقررہ (Fixed) 'm' کے لیے

$\lim_{n\to\infty} S_{m,n} =$ ________ ہے۔

(ix) Functions کے Equi continuous family کی تعریف کرو۔
(x) Uniform Convergene کی تعریف کرو۔

حصہ دوم

(2) Cauchy Sequence کی تعریف کرو۔ ثابت کرو کہ ہر Convergent Sequence، Cauchy Sequence ہے۔
(3) Compact Set کی تعریف کرو۔ بتلاؤ کہ ہر Compact Set، Closed Set ہوگا۔
(4) (a) $\sum_{n=1}^{\infty} Tan\frac{1}{n}$ اور (b) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}Sin\frac{1}{n}$ کے Convergence کی جانچ کرو۔
(5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n}}{2^n}$ کے Convergence کی جانچ کرو۔
(6) اگر 'X' اور 'Y' دو Metric Spaces ہیں تب $f: X \to Y$ 'X' پر Continuous ہوگا $\Leftrightarrow$ $f^{-1}(V)$ X میں Open ہے Y کے ہر V open set کے لیے۔
(7) $\underline{\int_a^b} fd\alpha$ اور $\overline{\int_a^b} fd\alpha$ کی تعریف کرو۔ ثابت کرو کہ $\underline{\int_a^b} fd\alpha \le \overline{\int_a^b} fd\alpha$ ۔

(8) اگر $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ سٹ E پر ایک Sequence of functions اس طرح ہے کہ $\forall x \in E, n = 1,2,3....|f_n(x)| \le M_n$ تب Σf_n Converges $\Leftrightarrow$ $\sum M_n$ Converges۔
(9) ثابت کرو کہ Monotonic function تکمل پذیر (Integrable) ہے۔

حصہ سوم

(10) Monotonic اور Bounded Sequences کی تعریف کرو۔ ثابت کرو کہ ہر Monotonic Sequence $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ Convergent ہوگا $\Leftrightarrow$ $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ bounded ہے۔
(11) Countable Set کی تعریف کرو۔ ثابت کرو کہ Countable سٹوں کا Countable Union، Countable ہوگا۔
(12) Riemann Stieltjes Integral کی تعریف کرو۔ ثابت کرو کہ ہر Continuous function، Riemann Stieltjes Integrable ہے۔
(13) اگر α، $[a, b]$ پر ایک Monotonically increasing function ہے، $f_n \in R(\alpha)$ $\forall n = 1,2,3....$ اور اگر $[a,b]$ پر $f_n \to f$ Uniformly ہو تب ثابت کرو کہ $f \in R(\alpha)$ اور $\int_a^b fd\alpha = \lim_{n\to\infty}\int_a^b f_n d\alpha$ ہوگا۔
(14) ثابت کرو کہ ہر k cell، compact ہے۔

☆☆☆