

Maulana Azad National Urdu University
M.Sc. (Maths) I Semester Examination - December - 2018
Paper : Ordinary Differential Equations (MSMM103CCT)

Marks : 70

Time : 3 hrs

ہدایات :

- یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارہ ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔
1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لے 1 نمبر مختص ہے۔ (10 Marks=10 x 1)
 2. حصہ دوم میں آٹھ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقرباً دو سو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے نمبرات مختص ہیں۔ (30 Marks=5 x 6)
 3. حصہ سوم میں پانچ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو (500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ (30 Marks=3 x 10)

حصہ اول

(i) تقریبی مساوات (Differential Equation) $(D^2 + a^2)y = 0$ کا حل ----- ہیں۔ (1)

(ii) تقریبی مساوات (Differential Equation) $(D^3 - D)y = 2 \cosh x$ کا Particular integral ----- ہیں۔

(iii) تقریبی مساوات (Differential Equation) $Mdx + Ndy = 0$ Exact ہوتی ہے اگر -----

(a) $\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial y}$ (b) $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ (c) $\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0$ (d) None

(iv) مساوات $(x^2 - 1)y'' + xy' - y = 0$ کے $x = 1$ ، $x = 0$ کے نقطے ہوتے ہیں۔

(a) $x=0$ ordinary point (b) $x = 1$ regular singular point (c) $x = 0, 1$ singular point (d) both (a) and (b)

(v) کی قدر ----- ہوتی ہے۔ $\frac{d}{dx} [x^n J_n(x)]$

(a) $x^{-n} J_{n-1}(x)$ (b) $-x^{-n} J_{n+1}(x)$ (c) $\frac{2x}{n} J_n(x)$ (d) none

(vi) کی قدر ----- ہوتی ہے۔ $P'_n(1)$

(a) $\frac{(n+1)}{2}$ (b) 1 (c) -1 (d) $\frac{n(n+1)}{2}$

(vii) Lipschitz condition کو بیان کرو۔

(viii) تقریبی مساوات $y'_1 = y_1$ ، $y'_2 = y_1 + y_2$ کا حل ----- ہوتا ہے۔

(ix) Eigen values کے سارے Sturm Liouville problem ----- ہوتے ہیں۔

(a) Imaginary (b) unequal (c) real (d) none

Green's function (x) کن properties کو satisfy کرتا ہے-----

حصہ دوم

2. تقریبی مساوت (Differential Equation) $(D^2 + 1)y = x^2 \sin 2x$ کو حل کرو۔

3. اگر $y_1(x), y_2(x)$ تقریبی مساوت (Differential Equation) $L[y] \equiv a_0(x)y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = 0$

کے دو حل ہیں تو ثابت کرو Linear combination $C_1y_1(x) + C_2y_2(x)$ بھی $L[y] = 0$ کا حل ہوگا۔

4. ثابت کرو $-J_{\frac{1}{2}}[x] = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$

5. ثابت کرو $-H_n[x] = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$

6. ثابت کرو $f(x, y) = x^3|y|$ پر Lipschitz condition $R: |x| \leq 2, |y| \leq 2$ کو satisfy کرتی ہے مگر

$(x, 0)$ پر Exists نہیں ہوتا اور Lipschitz constant معلوم کرو۔ $\frac{\partial f}{\partial y}$

7. دی گئی مساوت $y(0) = 0, \frac{dy}{dx} = e^x + y^2$ کے تین successive approximation کا حل معلوم کرو۔

8. دی گئی Boundary value problem $y'' = 0, y(0) = y(l) = 0$ کا Green's function معلوم کرو۔

9. ثابت کرو کے دی گئی مساوت $a_0(x) \neq 0; a_0(x)y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = 0; x \in (a, b)$

جس کے Wronskian کے دو حل never zero or identical zero ہے۔

حصہ سوم

10. ثابت کرو Bessel's کا Generating function $exp\left\{\frac{1}{2}x\left(z - \frac{1}{z}\right)\right\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} z^n P_n(x)$ ہے۔

11. Lagrange's تقریبی مساوت (differential Equation) $xy'' + (1-x)y' + ny = 0$ کا سلسلہ حل (series sol.) معلوم کرو

12. دی گئی boundary value problem $y'' + y = x, y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ کا green's functions معلوم کرو۔

13. دی گئی Sturm-Liouville problem $y'' + \lambda y = 0$ جس کے boundary conditions $y(1) + y'(0) = 0$

$y(1) + y'(1) = 0$ کے Eigen values اور Eigen vectors معلوم کرو۔

14. ثابت کرو Sturm-Liouville problem کے سارے Eigen values حقیقی (real) ہوتے ہیں۔