Maulana Azad National Urdu University

Department of Mathematics

M.Sc Mathematics II Semester Examination - May - 2019

Paper : MSMM201CCT : Algebra

پرچہ : الجبرا

Total Marks : 70 | Time : 3 hours

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات / خالی جگہ پُر کرنا / مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ (10 x 1 = 10 Marks)
2. حصہ دوم میں آٹھ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 6 نمبرات مختص ہیں۔ (5 x 6 = 30 Marks)
3. حصہ سوم میں پانچ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو (500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ (3 x 10 = 30 Marks)

حصہ اول

سوال: 1

(i) اگر G (Simple group) سادہ گروپ ہے اور O(G) = 168 ہے۔ تب تحت گروپ (Sub Group) جن کا رتبہ 7 ہے، کی تعداد

(A) 1 (B) 7 (C) 8 (D) 28

(ii) ہر گروپ G جن کا رتبہ O(G) = 28 .... ہوگا۔

(A) Simple (B) Not-Simple (C) unique 2-Sylow Subgroup (D) دونوں A اور B

(iii) اگر Sn سمیٹرک گروپ (Symmetric group) ہے۔ Sn غیر ابیلین (Non Abelian) ہوگا اگر

(A) n = 5 (B) n = 0 (C) n>=3 (D) ان میں کوئی بھی نہیں

(iv) اگر G گروپ ہے اور O(G) = 77 ہو تب Z(G) (Centre of G) .... سے isomorphic ہے

(A) Z_1 (B) Z_7 (C) Z_{11} (D) Z_{77}

(v) اگر $G=\{(0,1,2,3,4,5,) +_6\}$ گروپ ہے G کے جنریٹرس (generators) ہیں

(A) 1,2 (B) 1,3 (C) 1,4 (D) 1,5

(vi) فرض کرو کہ $f : G \to G'$ ایک گروپ ہم مارفیت (Group Homomorphism) ہے۔ اگر G Abelian ہے تب $f(G)$........................ ہے۔

(A) غیر Abelian (B) Abelian (C) Cyclic (D) ϕ

(vii) $(R = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, ...\}, +, .)$ ایک رنگ نہیں ہے کیونکہ:

(A) R ضرب کے تحت (Under Multiplication) بند (Closed) نہیں ہے

P.T.O

(B) R جمع کے عمل کے تحت بند (Closed) نہیں ہے۔

(C) R بلحاظ جمع Associativity کو پورا نہیں کرتا (D) ان میں کوئی نہیں

(viii) اگر G ایک گروپ ہے جس کا رتبہ (Order) 36 ہے اور H ایک تحت سٹ اس طرح ہے کہ $|H| = 7$ تب:

(A) G ‘H کا نارمل تحت گروپ (Normal Sub Group) ہے۔ (B) G ‘H کا Abelian تحت گروپ ہے

(C) G ‘H کا تحت گروپ نہیں ہے۔ (D) (A) اور (B) دونوں صحیح ہے۔

(ix) اگر 'a' رنگ R (Ring) کا Unit ہے تب a .... ہے۔

(A) Zero Divisor (B) اکائی عنصر (Identity Element)

(C) صفر (Zero) (D) Invertible Element

(x) کثیر رکنی (Polynomial) $f(x) \in R[x]$ Primitive ہے اگر .... ہو۔

حصہ دوم

2. کسی گروپ کے Centre کی تعریف کرو۔ بتلاؤ کہ کسی بھی گروپ G کا Centre اس کا Normal Sub Group ہوگا۔

3. بتلاؤ کہ $f: R \to R^+$ جس کی تعریف $f(x) = e^x \ \forall x \in R$ ہے۔ ایک گروپ Homomorphism ہے۔ f کا Kernel معلوم کیجیے۔

4. Zero Divisor کی تعریف ایک مثال کے ذریعہ کرو۔ $(Z_8, +_8, \times_8)$ کے تمام Zero Divisors معلوم کیجیے۔

5. Ring Homomorphism اور Ideal کی تعریف ایک مثال کے ذریعہ کرو۔

6. اگر $O(G) = p^2$ ہے جہاں p ایک Prime Number ہے تب بتلاؤ کہ G abelian ہے۔

7. Sylows کے تین نظریات کو بیان کیجیے۔

8. ثابت کیجیے کہ متناہی انٹگرل دامنہ (Finite Integral Domain) ایک میدان (Field) ہے۔ $(Z_{17}, +_{17}, \times_{17})$ ایک میدان ہے یا نہیں وضاحت کیجیے۔

9. Unique Factorization Theorem کو بیان اور ثابت کیجیے ۔

حصہ سوم

10. Abelian group کے لئے Cauchy Theorem کو بیان اور ثابت کیجیے ۔

11. Eisenstein criterion کو بیان اور ثابت کیجیے ۔

13. Unique Factorization Domain کی تعریف کرو۔ بتلاؤ کہ ہر PID ایک UFD ہے۔

14. (a Euclidean Ring سے کیا مراد ہے؟ ایک مثال کے ذریعہ بتلاؤ۔

(b اگر R ایک Integral Domain ہے تب ثابت کیجیے R[x] بھی Integral Domain ہوگا۔

☆ ☆ ☆