

Maulana Azad National Urdu University

M.Sc : Mathematics II Semester Examination - May - 2019

Paper : MSMM202CCT : Topology

پرچہ : ٹوپولوجی

Total Marks : 70

Time : 3 hours

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارہ ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ (10 x 1 = 10 Marks)

2. حصہ دوم میں آٹھ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دو سو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 6 نمبرات مختص ہیں۔ (5 x 6 = 30 Marks)

3. حصہ سوم میں پانچ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو (500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ (3 x 10 = 30 Marks)

حصہ اول

سوال: 1

(i) ٹوپولوجیکل فضا (Topological Space)  $X = \{a, b, c\}$  اور  $T = \{\phi, x, \{b\}, \{a, b\}\}$  میں  $\{a, b\}$  کا Interior

..... ہے۔

(a)  $\phi$  (b)  $\{c\}$  (c)  $\{b\}$  (d)  $X$

(ii)  $X = \{1, 2, 3, 4\}$  کے لیے ذیل کی کون سی Topology ہے۔

(a)  $T = \{\phi, \{b\}, \{a, b\}\}$  (b)  $T_1 = \{\phi, X, \{1\}, \{2\}\}$

(c)  $T_3 = \{\phi, X, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$  (d)  $T_4 = \{\phi, X, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \{3\}\}$

(iii) دو Topologies  $T_1$  اور  $T_2$  کا اتحاد  $T_1 \cup T_2$  ایک Topology ہے (صحیح/غلط)

(iv)  $C = \left\{ \left( o, \frac{n}{n+1} \right) / n \in N \right\}$  کا اور (Cover) ہے۔ (صحیح/غلط)

(v) Finite Intersection Property کی تعریف کرو۔

(vi) Space- $T_1$  کی تعریف کرو۔ ایک مثال دو۔

(vii) Normal Space کی ایک مثال کے ذریعہ تعریف کرو۔

(viii)  $(X = \{a, b, c, d\}, T = \{\phi, X, \{a, b\}\})$  ایک Connected Space ہے۔ (صحیح/غلط)

(ix) Disconnected Space کی ایک مثال دو۔

(x) Indiscrete Space ہر

(a) Connected ہے (b) Disconnected ہے (c)  $T_1$  ہے (d) ان میں سے کوئی نہیں

### حصہ دوم

- 2 ثابت کرو کہ (i)  $\bar{A} = A \cup D(A)$  اور (ii)  $A \Leftrightarrow A \supseteq D(A)$  بند (Closed) ہے۔
- 3 اگر  $X$  اور  $Y$  دو Topological Spaces ہیں تب ثابت کرو کہ تعامل (Function)  $f: X \rightarrow Y$  پر Continuous ہوگا  $\Leftrightarrow$  یہ  $A \subseteq X$  کے لیے  $f(\bar{A}) \subseteq \overline{f(A)}$
- 4 ثابت کرو کہ Compact Space کا ہر closed subspace کامپیا کٹ ہوگا۔
- 5 ثابت کرو کہ Compact 'X' topological space ہوگا  $\Leftrightarrow$  FIP کے ساتھ والے closed سٹس کی ہر کلاس (Class) کا تقاطع (Intersection) غیر خالی (non-empty) ہے۔
- 6 ثابت کرو کہ  $T_1$ -space کے ہر (متناہی) Finite تحت سٹ کے کوئی بھی Cluster Points نہیں ہوں گے۔
- 7 Totally Disconnected Space کی تعریف کرو اور اس کے Components دو۔
- 8 ثابت کرو کہ ہر  $T_1$  Topological Space ہوگا  $\Leftrightarrow$  اس کا ہر point ایک بند سٹ (Closed Set) ہے۔
- 9 ثابت کرو کہ Connected Space کی Continuous Image 'Connected' ہوگی۔

### حصہ سوم

- 10 Lindelof کے نظریہ کو بیان اور ثابت کرو۔
- 11 Heine-Borel کے نظریہ کو بیان اور ثابت کرو۔
- 12 Urysohn's Lemma کو بیان اور ثابت کرو۔
- 13 Tychonoff کے نظریہ کو بیان اور ثابت کرو۔
- 14 ثابت کرو کہ  $\mathbb{R}$  کی تحت فضاء (subspace) X Connected ہے۔  $\Leftrightarrow$  وہ ایک Interval ہے۔

☆☆☆