Maulana Azad National Urdu University

M.Sc : Mathematics II Semester Examination - May - 2018

Paper : MSMM204CCT : Partial Differential Equations

Total Marks : 70 **Time : 3 hours**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. **حصہ اول** میں **10** لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. **حصہ دوم** میں آٹھ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو **(200)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **6** نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. **حصہ سوم** میں پانچ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو **(500)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **10** نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ اول

سوال: 1

i۔ $p^2+q^2=3xy$ Partial Differential equation linear ہے۔ (صحیح / غلط)

ii۔ $zp=-x$ کے Lagrange's subsidiary equations لکھیے۔

iii۔ $2p+3q=1$ کا general solution ------ ہے۔

(a) $\phi(x-y,3z-y)=0$ (b) $\phi(x-y,z-y)=0$

(c) $\phi(3x-2y,3z-y)=0$ (d) ان میں کوئی بھی نہی

iv۔ $p+q=\sin x$ کا حل -------- ہے۔

(a) $\cos x=\phi(y-x)$ (b) $\sin x=\phi(y-x)$

(c) $\cos x=\phi(y+x)$ (d) $\sin x=\phi(y+x)$

v۔ $r=6x$ کا حل -------- ہے۔

(a) $z=x^3+x\phi_1(y)+\phi_2(y)$ (b) $z=x^2+x\phi_1(y)+\phi_2(y)$

(c) $z=x+x\phi_1(y)+\phi_2(y)$ (d) $z=x+y\phi_1(y)+\phi_2(x)$

vi۔ مساوات $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+4\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+4\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ --------- ہے۔

(a) Hyperbolic (b) Parabolic

(c) Elliptic (d) ان میں سے کوئی نہیں

vii۔ Diffusion equation --------- ہے

(a) Hyperbolic (b) Parabolic

(c) Elliptic (d) ان میں سے کوئی نہیں

viii۔ Laplace's equation کو Polar coordinates میں لکھیے۔

xi۔ Laplace's equation کو cylindrical coordinates میں لکھیے۔

x۔ Diffusion equation کو cylindrical coordinates میں لکھیے۔

حصہ دوم

2۔ چارپیٹ طریقے (charpit's method) سے $z = px + qy + p^2 + q^2$ کا complete integral معلوم کرو۔

3۔ حل کرو $p + 3q = z + \cot(y - 3x)$ ۔

4۔ حل کرو $(D^2 + 2DD' + D'^2)z = e^{2x+3y}$ ۔

5۔ حل کرو $(4D^2 - 4DD' + D'^2)z = 16\log(x + 2y)$ ۔

6۔ $u(x, y)$ کو معلوم کرو جبکہ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ ہے اور جسکے boundary conditions

(i) $u \to 0 \ as \ x \to \infty$ اور (ii) $u(x, 0) = u(x, a) = 0$ ہیں۔

7۔ متغیروں کے جداپذیر طریقے (method of separation of variables) سے BVP $\frac{\partial u}{\partial x} = 4\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)$ ، $u(0, y) = 8e^{-3y}$ کا حل معلوم کرو۔

8۔ ایک البعادی موجی مساوات (One dimensional wave equation) کا D'Alembert حل معلوم کرو۔

9۔ u کو معلوم کرو جبکہ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{k}\frac{\partial u}{\partial t}$ ہے اور جسکے boundary conditions

(i) $u \to 0 \ as \ t \to \infty$ اور (ii) $u = \sum_n C_n \cos nx \ \ for \ t = 0$ ہیں۔

حصہ سوم

10۔ حل کرو $\cos(x+y)\,p + \sin(x+y)\,q = z$

11۔ Jacobi کے طریقے سے حل کرو $\left(\frac{\partial z}{\partial x_1}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x_2}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x_3}\right) = z^3 x_1 x_2 x_3$۔

12۔ مساوات $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{1}{x+y}$ کا حل معلوم کرو جو $xy > 1$، $x, y > 0$ کے لئے valid ہے، جبکہ hyperbola $xy = 1$ پر $z = 0,\ p = \frac{2y}{(x+y)}$ ہیں۔

13۔ Diffusion مساوات کا spherical coordinates میں حل معلوم کرو۔

14۔ دوابعادی موجی مساوات (two dimensional wave equation) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ کو متغیروں کے جداپذیر طریقے (method of separation of variables) سے دی گئی شرائط (conditions) $x = 0,\ x = a,\ y = 0,\ y = b$ کے تحت حل کرو۔

☆☆☆