Maulana Azad National Urdu University

M.Sc : Mathematics IV Semester Examination - May - 2019

Paper : MSMM402DST : Finite Element Method

پرچہ : محدودی عنصری طریقہ

Total Marks : 70 **Time : 3 hours**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. **حصہ اول** میں **10** لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. **حصہ دوم** میں آٹھ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو **(200)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **6** نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. **حصہ سوم** میں پانچ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو **(500)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **10** نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ اول

سوال: 1

(i) Partition طریقے کو بیان کرو۔

(ii) Elements کو جمع (Collection) کرنے کو .... کہتے ہیں۔

(iii) 1.D میں ہم .... Structure استعمال کرتے ہیں۔

(a) Straight Line (b) Triangle (c) Rectangle (d) Cube

(iv) $H_{i+1}(L_i, L_{i+1}) =$ ....

(a) $(x_{i+1}-x_i)\,L_{i+1}^2\,L_i$ (b) $(x_{i+1}-x_i)\,L_i^2 L_{i+1}$

(c) $(x_i - x_{i+1})\,L_{i+1}^2 L_i$ (d) $(3-2L_{i+1})\,L_{i+1}^2$

(v) 3-Nodes کے لیے کون سا Polynormal بنتا ہے۔

(a) Linear (b) Quadratic (c) Cubic (d) Tetrahydron

(vi) 1.D سوال میں ہم .... Domain لیتے ہیں۔

(a) Straight Line (b) Square (c) Cubic (d) Circle

(vii) دوسرے رتبہ (2nd Order) کی مساوات کے لیے Approximate Error .... ہوتا ہے۔

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

(viii) اگر $\|u-u_h\|_n \le ch^p$ تب p کو کیا کہتے ہیں؟

(a) Converges (b) Rate of Converges (c) Norm (d) Energy Norm

(ix) x_i, x_j دو Nodes ہیں تب N_j = ...

(a) $\frac{x-x_j}{x_i-x_j}$ (b) $\frac{x-x_j}{x_j-x_i}$ (c) $\frac{x_j-x}{x_j-x_i}$ (d) $\frac{x-x_i}{x_i-x_j}$

(x) $-3\int_{x_j}^{x_k} \begin{bmatrix} N'_jN'_j & N'_jN'_k \\ N'_kN'_j & N'_kN'_k \end{bmatrix} dx$ کی قدر.......................ہوگی۔

(a) $\frac{1}{l}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (b) $\frac{-1}{l}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\frac{3}{l}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (d) $\frac{-3}{l}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

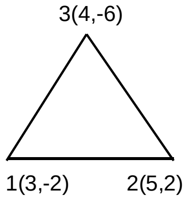
حصہ دوم

2۔ دیے گئے تفریقی مساوات $u''-u+1=x$ جس کا Approximate Solution $w(x)=a_1+\frac{a_2x^2(3-2x)}{3}$ اور error $E[x,\bar{a}]=1-x-a_1+\frac{a_2}{3}(6-12x-3x^2+2x^3)$ ہے کا Collecation Method سے a_1, a_2 کی Value معلوم کرو جہاں $x=1/4, 3/4$ ہیں۔

3۔ دی گئی مساوات $u''+(1+x^2)u+5=0$ جس کا Approximate Solution $w(x)=a_o(1-x^2)+a_1x(1-x^2)$ ہو تو Residue معلوم کرو۔

4۔ [-1,1] کے لیے Cubic Hermite Polynomial معلوم کرو۔

5۔ دیے گئے مثلث کے لیے Local Coordinate استعمال کرتے ہوئے Qudratic Lagrange Polynomial معلوم کرو۔



6۔ بیان کرو۔ (i) Energy Norm (ii) L_2 - Norm (iii) P-convergence

7۔ دوسرے رتبہ (Second Order) کی مساوات $u_h=u_1(1-s)+u_2s$ کے استعمال سے جہاں $s=\bar{x}/h$ اور $\bar{x}$ ایک Local Coordinates ہے۔ Energy Norm کا Error معلوم کرو۔

8۔ دی گئی $b.v.p$ $\frac{-d}{dx}\left[p(x)\frac{dy}{dx}\right]+q(x)u=r(x)$ کا Functional معلوم کرو۔

9۔ دی گئی تفریقی مساوات (D.E) $u'' = 6\lambda u$ ، $u(0) = u(1) = 0$ میں 'λ' کی قدر Ritz F.E.M کے طریقے سے 3-nodes لیتے ہوئے معلوم کرو۔

حصہ سوم

10۔ دی گئی b.v.p $u'' + xu + x = 0$ ، $u(0) = u(1) = 0$ جس کا Approximate Solution $w(x) = a_1 x(1-x) + a_2 x^2 (1-x^2)$ ہو تو Galerkin کے طریقے سے a_1, a_2 کی Value معلوم کرو۔

11۔ Cubic Hermite Polynomial کے لیے Shape Function اور Local Coordinate کے درمیان Relation معلوم کرو۔

12۔ دی گئی b.v.p $\frac{d^2y}{dx^2} = -2$ $0 < x < 1,$ $u(0) - u(1) = 0,$ جس کا Exact حل $u(x) = x^2 - x$ ہو تو اس کا Two Elements کے لیے Error معلوم کرو۔

13۔ دی گئی b.v.p $u(0) = u(\pi) = 0, u'' + u - 1 = 0$ کو Galerkin F. E.M سے حل کرو جہاں $h = \pi / 2$ ہے۔

14۔ دی گئی b.v.p $\frac{d^2u}{dx^2} - u = x$ ، $u(0) = u(1) = 0$ کو دو Elements کے لیے Rayley Ritz F.E.M سے حل معلوم کرو۔

☆ ☆ ☆