Maulana Azad National Urdu University

M.Sc : Mathematics IV Semester Examination - May - 2018

Paper : MSMM402CCT : Numerical Methods

اعدادی طریقے

Total Marks : 70 **Time : 3 hours**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں **10** لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. حصہ دوم میں آٹھ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو **(200)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **6** نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. حصہ سوم میں پانچ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو **(500)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **10** نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ اول

سوال: 1

(i) Binary عدد $(1101000.1110001)_2$ Octal نظام (System) میں .... ہوگا۔

(a) $(151.704)_8$ (b) $(150.714)_8$

(c) $(150.704)_8$ (d) ان میں سے کوئی نہیں

(ii) الجبرا کے بنیادی نظریہ (Fundamental Theorem of Algebra) کی مدد سے کسی بھی Polynomial $P(x)$ کو Roots کے Factors کا یکتا (Unique) .... سے ظاہر کر سکتے ہیں۔

(iii) شرط $\left|\frac{x_T - x_A}{x_T}\right| \le 5\times10^{-m-1}$ Sufficient ہے۔ بحوالہ x_T کے x_A میں .... Significant Digits کے لیے۔

(iv) $f\,[x_0, x_1, x_2, ... x_k]$ *k^{th}-order divided difference* ' *$(k-1)^{th}$ order divided difference* میں .... سے ظاہر ہوگا۔

(v) Minimax Polynomial Approximation کا مسئلہ *[a,b]* پر *f(x)* کے لیے *P(x)* اس طرح معلوم کرنے کا ہے کہ $= \max_{a\le x\le b}|f(x)-P(x)|$ ہو۔

(vi) ایسا Integration کا طریقہ جس میں Weight Function *w(x) =1* اور nodes x_k's .... spaced ہوں 'Newton-Cotes Integration Method' کہلاتا ہے۔

(vii) Extrapolation to the Limit جو Composite Trapezoidal Rule میں استعمال ہوتا ہے .... Integration کہلاتا ہے۔

(viii) فرقی مساوات (Difference Equation)

$$y_{n+N} + a_{N-1}\ y_{n+N-1} + \ldots + a_1 y_{n+1} + a_0 y_n = b\ (1 + a_{N-1} + a_{N-2} + - - + a_o \neq o)$$

کا Particular Integral .... ہے۔

(ix) Practical Problems میں Eulers Method کا استعمال نہیں ہوتا چونکہ اس میں Reasonable Accuracy کے لیے .... Step Size کی ضرورت ہوتی ہے۔

(x) Truncation error کا 'expression' $E_n\ (f\ ;\ x)$ جو function $f(x)$ اور 'n' درجہ (degree) والا interpolation Polynomial $P_n(x)$ جو $P_n(x_i) = f(x_i)\ (i=0,1,2...n)$ کو پورا کرتا ہے .... ہوگا۔

حصہ دوم

2۔ $f(x)=0$ کے Roots معلوم کرنے کے لیے Secant Method کو اخذ کرو۔ اس کے استعمال سے $f(x)=x^3-5x+1=0$ کے Root کے لیے دو Iterations معلوم کرو۔

3۔ $f\ (x) = 0$ کا Root معلوم کرنے کے لیے Interative Formula کے Order of Convergence کی تعریف کرو۔ Newton-Raphson کے طریقے کا Order of Convergence معلوم کرو۔

4۔ اگر $f(0)=1$, $f(1)=3$ اور $f(3)=55$ ہو تب degree-2 والا ایسا یکتا Polynomial معلوم کرو جو دیے گئے ڈاٹا کو پورا کرتا ہو۔

(i) Lagranges Interpolation Formula اور

(ii) Newton Divided Difference Interpolation Formula کے استعمال سے۔

5۔ $x_i=x_0+ih$, $P_n(x_i) = f(x_i)\ (i=0,1,2...n)$ کو پورا کرتا ہو

Gregory Newton forward difference Interpolation polynomial ، $P_n(x)$ جو درجہ 'n' والا ہو اخذ کرو۔

6۔ Gauss-Legender کے 1-point ، 2-point اور 3-point Quadrature Rules کے استعمال سے $\int_1^2 \frac{2xdx}{1+x^4}$ معلوم کرو۔

نیز Exact Solution $I = Tan^{-1}4 - \pi/4$ سے تقابل (Compare) کرو۔

7۔ (i) Composite Trapezoidal Rule اور (ii) 4-equal Sub Interval والا 'Composite Simpson Rule' کے استعمال سے $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ معلوم کرو۔

8۔ تفرقی مساوات (Differential Equations) $y'=f(x,y), y(a)=y_0$ ، [a,b] پر ملنے والا Approximate Solution کو معلوم کرنے کے لیے 'Taylors method of order k' کو سمجھاؤ۔

9۔ h = 0.1 اور x=0 تا x=0.2 کے لیے Predictor Corrector کے طریقے سے تفرقی مساوات $y^1 = x - \frac{1}{y}$ ، y(o)=1 کا حل معلوم کرو۔

حصہ سوم

10۔ دو متغیر (Two unknowns) کے Non-Linear Equations کے نظام کو حل کرنے کا Newtons Iterative Method اخذ کرو۔

11 ۔ (a) $f(x)=0$ کے Roots معلوم کرنے کے لیے Newton Raphson Method Iterative Formula اخذ کرو۔اس کے استعمال سے $f(x) = x^3 - 5x + 1$ کے root معلوم کرنے کے دو iterations لکھیے۔

(b) $f(x) = 0$ کے Roots معلوم کرنے کے Mullers کے طریقے کو بیان کرو۔

12۔ (a) ڈاٹا

x	f(x)	f '(x)
-1	1	-5
0	1	1
1	3	7

کے لیے Hermite Interpolation Formula کی مدد سے $f(-0.5)$ اور $f(0.5)$ کی قیمتیں معلوم کرو۔

(b) ڈاٹا

x :	0.2	0.6	1
f(x) :	0.447	0.775	1

کے لیے Least Square Straight Fit حاصل کرو۔

13۔ (i) Adaptive Quadrature اور (ii) Extrapolation to the Limit کی تفصیلی وضاحت کرو۔

14۔ (a) Fourth order Runge kutta کے طریقے کو استعمال کرتے ہوئے IVP , $u^1 = -2tu^2$, $u(o) = 1$ کا حل [0,0.2] میں h=0.2 کے لیے معلوم کرو۔ exact solution' $u(t) = \frac{1}{1+t^2}$ سے تقابل (Compare) کرو۔

(b) General Second-order Boundary Value Problem

$$y'' = f(x, y, y^1)$$

$$y(o) = y_o$$

$$y(b) = y_b$$

کے Shooting Method کے حل کے طریقے کو بیان کرو۔

☆ ☆ ☆