Maulana Azad National Urdu University

M.Sc : Mathematics IV Semester Examination - May - 2018

Paper : MSMM402DST : Finite Element Method

پرچہ : محدودی عنصری طریقہ

Total Marks : 70 **Time : 3 hours**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. **حصہ اول** میں **10** لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. **حصہ دوم** میں آٹھ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو **(200)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **6** نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. **حصہ سوم** میں پانچ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو **(500)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **10** نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ اول

سوال: 1

(i) Nodes کی تعریف کرو۔

(ii) .... طریقہ میں Function حدودی شرائط (Boundary Condition) کو پورا کرتی ہے۔

(a) Boundary (b) Domain (c) Mixed (d) ان میں سے کوئی نہیں

(iii) Natural Coordinators کی تعریف کرو۔

(iv) Two Dimensional Elements کے لیے ہم .... استعمال کرتے ہیں۔

(a) Straight line (b) Rectangle (c) Tetrahydron (d) ان میں سے کوئی نہیں

(v) Cubic Rectangular Polynomial میں کتنے Nodes ہوتے ہیں۔

(a) 12 (b) 10 (c) 6 (d) ان میں سے کوئی نہیں

(vi) دو Functions کے درمیانی Difference کو .... کہتے ہیں۔

(a) Approximate Error (b) Pointwise Error

(c) Finite Arthematic Error (d) None

(vii) تفریقی مساوات (D.E with const. coeff.) کا Finite Element Solution .... ہوتا ہے Nodes پر۔

(a) Linear (b) Exact (c) Non Exact (d) ان میں سے کوئی نہیں

(viii) [0, 1] میں $N_2^{(2)}$ کی قدر .... ہوتے ہیں۔

(a) $\frac{-1}{2}(x-1)$ (b) $\frac{1}{2}(x-1)$ (c) $\frac{1}{2}(x+1)$ (d) ان میں سے کوئی نہیں

(ix) Shape Function کی کوئی دو Properties لکھیے۔

(x) مساوات $\frac{d^2u}{dx^2}+u=x^2$,$0<x<1$ کا Functional .... ہیں۔

(a) $J=\frac{1}{2}\int_0^1\left[u'^2+u^2-2ux^2\right]dx$ (b) $J=\frac{1}{2}\int_0^1\left[u'^2-u^2+2ux^2\right]dx$

(c) $J=\frac{1}{2}\int_0^1\left[u'^2+u^2\right]dx$ (d) ان میں سے کوئی نہیں

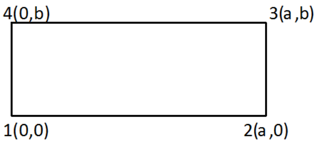
حصہ دوم

2۔ دی گئی b.v.p $u''+u=x,\ u(0)=0,\ u(1)=0$ جس کا Approximate Solution $w(x)=x(1-x)(a_1+a_2x)$ ہیں Residue کا معلوم کرو۔

3۔ دی گئی b.v.p $u''-u+1=x,\ u'(0)=0,\ u'(1)=0$ جس کا Approximate Solution $w(x)=a_o+a_1\frac{x^2}{3}(3-2x)$ اور error $E\left[x,\ \bar{a}\right]=1-x-a_o+\frac{a_1}{3}(6-12x-3x^2+2x^3)$ ہیں کا Collocation method سے a_0, a_1 کی Value معلوم کرو جہاں پر $x=\frac{1}{4}, x=\frac{3}{4}$ ہیں۔

4۔ Triangular Element 1(3, -2), 2(5,2), 3(4, -6) کے لیے Shape Function N_1, N_2, N_3 معلوم کرو۔

5۔ Linear Lagrange Polynomial معلوم کرو Rectangular Element کے لیے جس کے Sides, a,b ہیں۔



6۔ بیان کرو Various Measures of error in F.E.M ۔

7۔ بیان کرو Convergence of solution of F.E.M.۔

8۔ دی گئی b.v.p کو Ritz Finite Element Method سے حل کرو۔ $u''+u+1=0,\ u(\pm 1)=0$

9۔ دی گئی b.v.p کو Ritz Finite Element Method کے طریقے سے $A^{(e)}\phi^{(e)}-b^{(e)}=0$ شکل میں لکھو۔

$$u''+(2+x^2)u+1=0,\ u(\pm 1)=0$$

حصہ سوم

10۔ دی گئی b.v.p $u'' + (1+x^2)u + 1 = 0,\ u(\pm 1) = 0$ جس کا approximate solution $1 + a_o(-1-x^4) + a_1(2-11x^2-x^6)$ ہیں کا Galerkin $w(x) = a_o(1-x^2) + a_1x^2(1-x^2)$ اور Residue Method سے a_0, a_1 کی Value معلوم کرو۔

11 ۔ Quadratic Lagrange Polynomial for Triangular Element کا Shape Function معلوم کرو۔

12۔ دی گئی 2nd Order D.E. $\sum_{i=1}^{m}(-1)^i \frac{d^i}{dx^i}\left(a_i \frac{d^i u}{dx^i}\right) = f,\quad x < 0 < L$ ، $u(0) = u(L) = 0;\ \left.\frac{du}{dx}\right|_{x=0} = \left.\frac{du}{dx}\right|_{x=L} = 0$ کا Approximate error معلوم کرو۔

13۔ دی گئی b.v.p $\frac{d^2u}{dx^2} + 12\lambda u = 0,\ u(0) = u(1) = 0$ کا Rayley Ritz Finite Element Method سے حل معلوم کرو

14۔ دی گئی b.v.p $\frac{d^2u}{dx^2} + 2u = 1,\ u(0) = u(2\pi) = 0$ کو Galerkin Finite Element Method سے حل معلوم کرو جہاں $h = \frac{\pi}{2}$ ہیں۔

☆ ☆ ☆