

**Maulana Azad National Urdu University**

**M.Sc. (Mathematics)**

**I - Semester Examination November / December - 2014**

**Paper III. MM113 : Ordinary Differential Equations**

تیسرا پرچہ : معمولی تفرقی مساوات

Total Marks : 70

Time : 3 hours

300

نوٹ: ہر سیکشن سے دو سوالات لازمی طور پر حل کرتے ہوئے جملہ (10) دس سوالات حل کریں۔ تمام سوالات کے مساوی نشانات ہیں۔  
(Answer ten questions by choosing any two from each section. All questions carries equal marks)

1- (I) ابتدائی قیمت کا مسئلہ اور احاطہ قیمت کا مسئلہ کے فرق کو ایک مثال کے ذریعہ بیان کرو۔

(What is the difference between Initial Value Problem and Boundary Values Problem.  
Give one example of each.)

2- مساوات  $y'' + y = \tan x$  کا حل پارامٹروں کی تغیر کے طریقے سے معلوم کرو۔

(Solve  $y'' + y = \tan x$  by applying the method of Variation of Parameters.)

3-  $y'' + 2y' + 2y = 10 \sin 4x$  کا حل معلوم کرو۔

(Solve  $y'' + 2y' + 2y = 10 \sin 4x$ .)

4- (II) تفرقی مساوات  $9x(1-x)y'' - 12y' + 4y = 0$  کا سلسلہ حل معلوم کرو۔

(Find the series solution of the equation  $9x(1-x)y'' - 12y' + 4y = 0$ .)

5- Bessel's کی مساوات  $x^2y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0$  کا سلسلہ حل معلوم کرو جہاں 'n' ایک مثبت مستقل ہے۔

(Find the series solution of the Bessels Equation  $x^2y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0$ ; where 'n' is a positive constant.)

6- مساوات  $y'' - 2xy' + 2ny = 0$  کا سلسلہ حل معلوم کرو۔

(Solve the Hermite Polynomial  $y'' - 2xy' + 2ny = 0$  by applying the method of series solution where n is a constant.)

7- (III)  $y' = e^{x-y}/(1+e^x)$  کا حل معلوم کرو۔

(Solve  $y' = e^{x-y}/(1+e^x)$ .)

8 - اگر M اور N دو حقیقی تفاعل اس طرح ہیں کے مستطیل  $R: |x-x_0| \leq a, |y-y_0| \leq b$  پر پہلے رتبہ کے مسلسل جزوی مشتق رکھتے ہوں تو ثابت کرو کہ  $M(x,y) + N(x,y)y' = 0$  پر ٹھیک مساوات ہے  $\Leftrightarrow \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

(Let M,N be two real-valued functions which have continuous first order partial derivatives on some rectangle  $R: |x-x_0| \leq a, |y-y_0| \leq b$  then the equation  $M(x,y) + N(x,y)y' = 0$  is exact in R  $\Leftrightarrow \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ .)

9 - ابتدائی قیمت کا مسئلہ  $y(0) = 1, y' = 1 + xy$  کے پہلے تین تقریبات  $\phi_0, \phi_1, \phi_2$  کو اخذ کرو۔

(Compute the first three approximations  $\phi_0, \phi_1, \phi_2$  of I.V.P  $y(0) = 1, y' = 1 + xy$ .)

10 (IV) - Sturm-Liouville کے تفاعل اور Eigen قدروں کی تعریف کرو۔

(Define Sturm-Liouville Eigen functions and Eigen values.)

11 - Sturm-Liouville مسئلہ  $y'' + \lambda y = 0, y(0) = 0, y(\pi) = 0$  کے حل معلوم کرو۔

(Find non-trivial solutions of the Sturm Liouville problem  $y'' + \lambda y = 0, y(0) = 0, y(\pi) = 0$ .)

12 - احاطہ قیمت کا مسئلہ  $y''(x) = f(x), y(1) = 0, y(0) = 0$  کا Greens تفاعل معلوم کرو اور  $y(1) = 0, y(0) = 0, y''(x) = x^2$  کا حل معلوم کرو۔

(Find the Greens function for the boundary value problem

$y''(x) = f(x), y(1) = 0, y(0) = 0$ . Hence solve  $y(1) = 0, y(0) = 0, y''(x) = x^2$ .)

13 (V) - غیر حاصل شدہ عددی سروں کے طریقے سے مساوات  $y'' - 2y' - 3y = 2e^x - 10 \sin x$  کا حل معلوم کرو۔

(Use the method of undeterminant coefficients to solve  $y'' - 2y' - 3y = 2e^x - 10 \sin x$ )

14 -  $x(1-x)y'' - 3xy' - y = 0$  کا سلسلہ حل معلوم کرو۔

(Obtain the series solution of the equation  $x(1-x)y'' - 3xy' - y = 0$ .)

15 - Lipschitz کے شرائط کی تعریف کرو اور تفاعل  $f(x,y) = x^2 + y^2, |x| \leq a, |y| \leq b$  کیلئے Lipschitz مستقل کی قدر معلوم کرو۔

(Define Lipschitz Conditions and find the Lipschitz constants for the function

$f(x,y) = x^2 + y^2, |x| \leq a, |y| \leq b$ .)

16 - Sturm-Liouville مسئلہ  $\frac{d}{dx} \left( x \frac{dy}{dx} \right) + \frac{\lambda}{x} y = 0, y'(1) = 0, y'(e^{2\pi}) = 0$  کے خصوصی تفاعل اور خصوصی قیمتیں معلوم کرو۔

(Find the characteristic values and characteristic functions of the Sturm-Liouville problem

$\frac{d}{dx} \left( x \frac{dy}{dx} \right) + \frac{\lambda}{x} y = 0, y'(1) = 0, y'(e^{2\pi}) = 0$ .)