Maulana Azad National Urdu University

M.Sc. (Mathematics)

I - Semester Examination - November / December - 2015

MM113 : Ordinary Differential Equations

معمولی تفرقی مساواتیں

Total Marks : 70 **Time : 3 hours**

987

نوٹ: ہر سیکشن سے دو سوالات لازمی طور پر حل کرتے ہوئے جملہ (10) دس سوالات حل کریں۔ تمام سوالات کے مساوی نشانات ہیں۔

(Answer ten questions by choosing any two from each section. All questions carry equal marks.)

حصہ (A)

1- بتلاؤ کہ کوئی حقیقی عدد x_0 اور مستقل a,b کیلئے $-\infty < x < \infty$ پر ابتدائی قدری مسئلہ $L[y]= y'' + a_1y' + a_2y = 0$ ، $y(x_0) = \alpha$ ، $y'(x_0) = \beta$ کا ایک حل وجود رکھتا ہو۔

(Show that for any real x_0 and constants a,b there exists a solution of the I.V.P $L[y]= y'' + a_1y' + a_2y = 0$, $y(x_0) = \alpha$, $y'(x_0) = \beta$ on $-\infty < x < \infty$.)

2- $y'' + a^2y = \cot ax$ کا حل معلوم کرو۔

(Solve $y'' + a^2y = \cot ax$.)

3- اگر ϕ_1 ، ϕ_2 وقفہ I پر مساوات $L(y) = y''+a_1y'+a_2y = 0$ کے کوئی دو حل ہیں اور $x_0 \in I$ پر ترتیب بتلاؤ کہ $W(\phi_1, \phi_2)(x) = e^{-a_1(x-x_0)}W(\phi_1, \phi_2)(x_0)$۔

(Show that if ϕ_1, ϕ_2 are two solutions of $L(y) = y''+a_1y'+a_2y = 0$ on an interval I containing a point x_0 then $W(\phi_1, \phi_2)(x) = e^{-a_1(x-x_0)}W(\phi_1, \phi_2)(x_0)$.)

(B حصہ)

4- ثابت کرو $nP_n = (2n-1)xP_{n-1}(x) - (n-1)P_{n-2}(x)$۔

(Prove that $nP_n = (2n-1)xP_{n-1}(x) - (n-1)P_{n-2}(x)$.)

5- دی گئی مساوات $x(1-x)y'' + \left[\gamma - (\alpha + \beta + 1)x\right]y' - \alpha\beta y = 0$ کا سلسلہ حل معلوم کرو۔

(Find the series solution of $x(1-x)y'' + \left[\gamma - (\alpha + \beta + 1)x\right]y' - \alpha\beta y = 0$.)

P.T.O.

6- ثابت کرو $\frac{d}{dx}\left[x^n J_n(x)\right] = x^n J_{n-1}(x)$ ۔

(Prove that $\frac{d}{dx}\left[x^n J_n(x)\right] = x^n J_{n-1}(x)$.)

7- دی گئی ابتدائی قدری مسئلہ $y' = f(x,y);\ y(x_0) = y_0$ کے لئے یکتا نظریہ کو بیان اور ثابت کرو۔

(State and prove uniqueness theorem for I.V.P $y' = f(x,y);\ y(x_0) = y_0$.)

8- Lipschitz کے شرائط کی تعریف اور دی گئی تفاعل $f(x,y) = xy^2$ ، $|x| \le 1, |y| \le 1$ کے لئے Lipschitz مقداریں معلوم کرو۔

(Define Lipschitz constant and find the Lipschitz constant for the function $f(x,y) = xy^2$, $|x| \le 1, |y| \le 1$.)

9- مساوات $y' = 1 + xy$ ، $y(0) = 1$ کے پہلے تین متواتر تقربات ϕ_0, ϕ_1, ϕ_2 معلوم کرو۔

(Compute the first three successive approximation ϕ_0, ϕ_1, ϕ_2 of the I.V.P $y' = 1 + xy$, $y(0) = 1$.)

(حصہ-C)

10- دی گئی حدودی شرائط کے سوال $y'' = 0;\ y(0) = y(l) = 0$ کے لئے گرین کا تفاعل معلوم کرو۔

(Find the Green's function for the b.v.p $y'' = 0;\ y(0) = y(l) = 0$.)

11- اسٹرام-لیولی سوال $X'' + \lambda X = 0$ ، $X'(0) = 0,\ X'(L) = 0$ کے eigen قدر اور eigen تفاعل معلوم کرو۔

(Find the eigen values and eigen functions of Strum-Liouville problem $X'' + \lambda X = 0$, $X'(0) = 0,\ X'(L) = 0$.)

12- گرین تفاعل استعمال کرتے ہوئے دی گئی حدودی شرائط کے سوال $y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ ، $y'' + y = x$ کا حل معلوم کرو۔

(Using Green's function solve the b.v.p $y'' + y = x,\ \ y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.)

(حصہ-D)

13- غیر حاصل شدہ عددی سروں کے طریقے سے مساوات $y'' - 9y = x + e^{2x} - \sin 2x$ کا حل معلوم کرو۔

(Solve by the method of undeterminant coefficient $y'' - 9y = x + e^{2x} - \sin 2x$.)

14- ثابت کرو (i) $P_n(1) = 1$ (ii) $P_n(-1) = (-1)^n$ (iii) $P_n'(1) = \dfrac{n(n+1)}{2}$ ۔

(Prove that (i) $P_n(1) = 1$ (ii) $P_n(-1) = (-1)^n$ (iii) $P_n'(1) = \dfrac{n(n+1)}{2}$.)

15- ایک تفاعل ϕ وقفہ I پر ابتدائی قدری مسئلہ $y' = f(x,y);\; y(x_0) = y_0$ کا حل ہوگا اگر صرف اگر وہ تکملی مساوات $y = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(t,y)\,dt$ کا بھی حل ہے۔

(A function ϕ is a solution of the I.V.P $y' = f(x,y);\; y(x_0) = y_0$ in an interval I if and only if it is a solution of the Integral equation on $y = y_0 + \int_{x_0}^{x} f(t,y)\,dt$.)

16- ثابت کرو کہ اسٹرام۔لیولی سوال کے تمام eigen قدریں حقیقی ہوتے ہیں۔

(Prove that all eigen values of Strum-Liouville problem are real.)

☆☆☆