M.Sc/II-S/P-II/May-2015

Maulana Azad National Urdu University

M.Sc. (Mathematics)

II-Semester Examination May-2015

1135

Paper II-MM 122: Algebra

الجبرا

Time: 3hrs **Total Marks: 70**

نوٹ: ہر سیکشن سے دو سوالات لازمی طور پر حل کرتے ہوئے جملہ (10) دس سوالات حل کریں۔ تمام سوالات کے مساوی نشانات ہیں۔

(Answer Ten questions by choosing any two from each section. All questions carries equal marks.)

(Section-A)

1۔ بتلاؤ کہ دو نارمل تحت گروپ کا تقاطع بھی نارمل ہوتا ہے۔

(Show that the intersections of two normal subgroups is also normal.)

2۔ ثابت کرو کہ ہر ایک مبادلہ کو حاصل ضرب کی منفصل سائیکلوں میں ظاہر کر سکتے ہیں۔

(Prove that every permutation can be expressed as product disjoint cycles.)

3۔ کیلی کے نظریہ کو بیان اور ثابت کرو۔

(State and prove cayley's Theorem.)

(Section-B)

4۔ اگر کیسی گروپ G کا رتبہ p^2 ہو جہاں p مفرد عدد ہے تو بتلاؤ کہ G تقلیبی گروپ ہوگا۔

If $\left[o(G)=p^2\right]$, then show that G is abelian.)

5۔ بتلاؤ کہ ہر تقلیبی گروپ حل پزیر ہوگا۔

(Show that every abelian group is solvable.)

6۔ فرض کرو G ایک متناہی گروپ ہے اور $N_1, N_2, \ldots.., N_n$ G کہ نارمل تحت گروپ ہیں۔ بتلاؤ کے $i \neq j$ کہ لیے $N_i \cap N_j = \{e\}$ ہوگا۔

(Let G be a finite group and $N_1, N_2, \ldots.., N_n$ are normal subgroup of G. Show that $N_i \cap N_j = \{e\}$ for $i \neq j$.)

(Section-C)

7۔ ثابت کرو کہ ایک رنگ R بغیر zero divisor ہوگا اگر اور صرف اگر R میں تنسیخی کلیہ پائے جاتے ہو۔

(Prove that a Ring R is without zero divisor if and only if it holds cancellation laws in R.)

P.T.O

8۔ بتلاؤ کہ ہر ایک متناہی صحیح علاقہ ایک میدان ہے۔

(Show that every finite integral domain is a field.)

9۔ ایدیال کی تعریف کرو۔ بتلاؤ کے میدان میں واجبی ایدیال نہیں ہوگا۔

(Define Ideal. Show that field F has no proper Ideals.)

(Section-D)

10۔ ثابت کرو کہ یکتا تقسیمات دامنہ کا ہر غیر تحویل پذیر عنصر ملتف ہوگا۔

(Prove that in a UFD (unique factorization domain), every irreducible element is prime.)

11۔ اقلیدی دامنہ کی تعریف کرو۔ بتلاؤ $(Z,+,.)$ ایک اقلیدی دامنہ ہے۔

(Define Euclidean domain. Show that (Z, +, .) is Euclidean domain.)

12۔ اگر F ایک میدان ہے اور $f(x) \in F(x)$ تب ثابت کرو کہ $f(x)$ F پر غیر تحویل پذیر ہوگا اگر اور صرف اگر $f(x)$ سے مولد شدہ ایدیال عظمی ہوگا۔

(If F is a field and $f(x) \in F(x)$, then prove that $f(x)$ is irreducible over F if and only if ideal generated by $f(x)$ is maximal.)

(Section-E)

13۔ گروپ کہ ہومارفیت اور اسکے کرنل کی تعریف کرو۔ اگر $\phi : G \to G'$ ایک ہومارفیت ہے اور K اسکا کرنل ہے تب ثابت کرو K، G کا نارمل تحگروپ ہوگا۔

(Define homomorphism and its kernel in group. If $\phi : G \to G'$ is a homomorphism with kernel K then prove that K is normal sub group of G.)

14۔ سائیلو کے پہلے قضیہ کو بیان اور ثابت کرو۔

(State and prove sylow's first theorem.)

15۔ $f(x) \in Z(x)$ جو کہ Q پر ہے کیلئے غیر تحویل پذیری کے Eisentein کی کسوٹی کو بیان کرو۔ نیز بتلاؤ Q میں $f(x) = x^2 + 8x - 2$ غیر تحویل پذیر ہیں۔

(State Eisentein criteria for irreducibility of $f(x) \in Z(x)$ over Q. Also show that $f(x) = x^2 + 8x - 2$ is irreducible over Q.)

16۔ اگر F ایک میدان ہو تب بتلاؤ کہ $F[x]$ اقلیدی دامنہ ہوگا مزید ثابت کرو کہ وہ PID اور UFD ہوگا۔

(If F is a field then $F[x]$ is Euclidean domain. Hence PID and hence UFD.)