M.Sc./II-S/P-III/May-2015

Maulana Azad National Urdu University

M.Sc. (Mathematics)

II-Semester Examination May-2015

Paper III-MM 123: PDE

جزوی تفرقی مساواتیں

1136

Time: 3hrs **Total Marks: 70**

نوٹ: ہر سیکشن سے دو سوالات لازمی طور پر حل کرتے ہوئے جملہ (10) دس سوالات حل کریں۔ تمام سوالات کے مساوی نشانات ہیں۔

(Answer Ten questions by choosing any two from each section. All questions carries equal marks.)

(Section-A)

1۔ اختیاری تفاعل کو حذف کرتے ہوئے جزوی تفرقی مساوات $F(x^2+y^2+z^2, z^2-2xy)=0$ بنائیے۔

(Formulate the partial differential equation by eliminating arbitrary function $F(x^2+y^2+z^2, z^2-2xy)=0.$)

2۔ سطحوں کے نظام $2y(z-3)p+(2x-z)q=y(2x-3)$ کو عمودی طور پر کاٹنے والی سطح معلوم کرو جو دائرے $z=0, x^2+y^2=2x.$ سے گزرتی ہے۔

(Find the equation of Integral surface of the partial differential equation $2y(z-3)p+(2x-z)q=y(2x-3)$ which passes through the circle $z=0, x^2+y^2=2x.$)

3۔ چارپیٹ کے طریقے کو استعمال کرتے ہوئے PDE $(p^2+q^2)y=qz.$ حل کرو۔

(Use Charpit's method to solve the PDE $(p^2+q^2)y=qz.$)

(Section-B)

4۔ جزوی تفرقی مساوات $(D^3-2D^2D'-DD'^2+2D^3)=e^{x+y}$ کو حل کرو۔

(Solve the PDE $(D^3-2D^2D'-DD'^2+2D^3)=e^{x+y}.$)

5۔ جزوی تفرقی مساوات $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ کی Cannonical شکل لکھو۔

(Write the PDE $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ in canonical form.)

6۔ جزوی تفرقی مساوات $r-2s+t=\sin(2x+3y)$ کو حل کرو۔

P.T.O

(Solve the PDE $r-2s+t=\sin(2x+3y)$.)

(Section-C)

7۔ $u(x,y)$ کو معلوم کرو جبکہ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ اور ذیل کی شرائط کو پورا کرتا ہے۔

(i) $u \to o \; as \; x \to \infty$

(ii) $u(x,0)=u(x,a)=0$

(Find $u(x,y)$ such that $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$, satisfies the conditions

(i). $u \to 0$ as $x \to \infty$

(ii). $u(x,0)=u(x,a)=0$)

8۔ اسطوانی قطبی مختصات میں Laplace مساوات کا حل حاصل کرو۔

(Obtain solution of Laplace's equation in cylindrical polar coordinates.)

9۔ جداپزیر طریقے کی اس صورت $u(r,\theta)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(A_n r^n+\frac{B_n}{r^{(n+1)}}\right)P_n(\cos\theta)$ میں Laplace مساوات

$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}+\frac{\cot\theta}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}=0$ کا حل حاصل کرو۔ جہاں $P_n(\mu)$ Legendre کی کثیر رکنی ہیں۔

(Obtain the solution of Laplace equation $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}+\frac{\cot\theta}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}=0$, by the method of separation of variables in the form $u(r,\theta)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(A_n r^n+\frac{B_n}{r^{(n+1)}}\right)P_n(\cos\theta)$. Where $P_n(\mu)$ are Legendre's polynomials.)

(Section-D)

10۔ ایک بارک مستطیل نما پلیٹ جسکا سطح حراتی سیال $t=0$ پر نفوز نلپزیر ایک اختیاری بناؤ درجہ حرارت $f(x,y)$ پر ہے۔ اسکے چار کنارے $x=0, x=a, y=0, y=b$ کو صفری درجہ حرارت پر رکھا گیا ہے۔ ایک نقتا پلیٹ پر درجہ حرارت معلوم کرو اگر t کا ازافہ ہو۔

(A thin rectangular plate whose surface is impervious to heat flow has at $t=0$ an arbitrary distribution of temperature $f(x,y)$. It's four edges $x=0,\ x=a,\ y=0,\ y=b$

are kept at zero temperature. Determine the temperature at a point of the plate as t increases.)

11۔ کروی قطبی مختصات میں Heat مساوات کا حل معلوم کرو۔

(Solve the heat (diffusion) equation in spherical polar coordinates.)

12۔ گرین فنکشن طریقے کا استعمال کرتے ہوئے ایک البعدی موجی مساوات $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, 0 \le x \le l, t \ge 0$

کو حل کرو جس پر آغازی اور حدودی شرائط

$$u(0,t) = 0 = u(l,t) \text{ for } t \ge 0,$$

$$u(x,0) = f(x),\ u_t(x,0) = g(x),\ 0 \le x \le l.$$ عائد ہیں۔

(Solve the one dimensional wave equation using the Green's function method

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},\quad 0 \le x \le l,\quad t \ge 0$$

subject to the initial and boundary conditions

$$u(0,t) = 0 = u(l,t) \text{ for } t \ge 0,$$

$$u(x,0) = f(x),\ u_t(x,0) = g(x),\ 0 \le x \le l.)$$

(Section-E)

13۔ بتلاؤ کہ دی گئی مساواتیں $p = (x+y)^2;\ q = x^2 + 2xy - y^2$ Compatible ہیں اور اس کا حل معلوم کرو۔

(Show that the equations $p = (x+y)^2;\ q = x^2 + 2xy - y^2$ are compatible and solve them.)

14۔ مساوات $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{1}{x+y}$ جو $x, y > 0, xy > 1$ کے لئے valid ہے، کا حل معلوم کرو جو زائد $xy = 1$ پر اس طرح

$z = 0, p = \frac{2y}{(x+y)}$ ہے۔

(Find the solution, valid when $x,\ y > 0,\ xy > 1$ of the equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{1}{(x+y)}$, such that $z = 0,\ p = \frac{2y}{(x+y)}$ on the hyperbola $xy = 1$.)

15۔ Laplace مساوات $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = 0$ کو حل کرو، جسکی صراحت یہ $u(a,\theta) = f(\theta),$ ہے،

P.T.O

جہاں 2π دورہ کے ساتھ θ میں u دوری ہے۔اور $r \le a$ کہ لیے u محدود ہے۔

(Solve the Laplace's equation $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}=0$, subject to conditions $u(a,\theta)=f(\theta)$, where u is periodic in θ with period 2π and u is bounded for $r \le a$.)

16۔ ایک ابعادی موجی مساوات $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ کو حل کرو۔ $u(x,t)$ کہ لیے عبارت استنابات کرو جو حدودی صرائرت

$u(0,t)=0=u(a,t)$ کو پورا کرتا ہے۔

(Solve one dimensional wave equation $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$. Deduce the expression for $u(x,t)$ satisfying the boundary conditions $u(0,t)=0=u(a,t)$.)