Maulana Azad National Urdu University
M.Sc. (Mathematics)
II - Semester Examination May - 2015

1137

MM124 : Topology

مقامیات

Time : 3 hours **Total Marks : 70**

نوٹ: ہر سیکشن سے دو سوالات لازمی طور پر حل کرتے ہوئے جملہ (10) دس سوالات حل کریں۔ تمام سوالات کے مساوی نشانات ہیں۔

(Answer Ten questions by choosing any two from each section. All questions carries equal marks)

(Section-A)

1۔ مقامیاتی فضاء X کے بندسٹ کی تعریف کرو۔ ثابت کرو کہ

(i) X کے بندسٹوں کے کسی دستے کا تقاطع بندسٹ ہوگا۔

(ii) X کے بندسٹوں کا متناہی اتحاد بھی بندسٹ ہوگا۔

Define a closed set in a topological space X. Prove that (i) Arbitrary intersection of closed sets in X is closed in X. (ii) Finite union of closed sets in X is closed in X.

2۔ ایک سٹ کے حالہ کی تعریف کرو۔ اگر X کوئی مقامیاتی فضاء ہے اور 'A' X کا تحت سٹ تب ثابت کرو کہ

(i) $\overline{A} = A \cup D(A)$ اور (ii) A بندسٹ ہوگا $\Leftrightarrow$ $A \supseteq D(A)$

Define closure of a set. If X is any topological space and A is a subset of X then prove that (i) $\overline{A} = A \cup D(A)$ and (ii) A is closed $\Leftrightarrow A \supseteq D(A)$.

3۔ دوسرے شمار پذیر فضاء کی تعریف کرو۔ لنڈیلاف قضیہ کو بیان اور ثابت کرو۔

Define a second countable space. State and Prove Lindelof's theorem.

(Section-B)

4۔ کامپیاکٹ مقامیاتی فضاء کی تعریف کرو اور ثابت کرو کہ کامپیاکٹ فضاء کی ہر بند تحت فضاء کامپیاکٹ ہوگی۔

Define a compact topological space and prove that any closed subspace of a compact space is compact.

5۔ ثابت کرو کہ ایک مقامیاتی فضاء X کامپیاکٹ ہوگی اگر اور صرف اگر X کے بندسٹوں کی ہر جماعت کا تقاطع جو متناہی تقاطع خاصیت رکھتا ہو غیر خالی ہوگا۔

Prove that a topological space X is compact iff every class of closed sets with finite intersection property has a non-empty intersection.

6۔ ٹکنافس قضیہ کو بیان اور ثابت کرو۔

State and prove Tychnoff's theorem.

P.T.O

(Section-C)

7- تعریف کرو (i) T_1 فضاء اور (ii) ہاسڈارف فضاء۔
ثابت کرو کہ مقامیاتی فضاء X T_1 ہوگی ⇔ X کا ہر نقطہ بندسٹ ہے۔

Define (i) T_1- space and (ii) Hausdorff space. Prove that a topological space X is a T_1- space if and only if every point of X is a closed set.

8- ثابت کرو کہ ہر کامپیاکٹ ہاسڈارف فضاء نارمل فضاء ہوگی۔

Prove that every compact Hausdorff space is normal.

9- ثابت کرو کہ کامپیاکٹ فضاء سے ہاسڈارف فضاء تک کا دوربطی تسلسل تفاعل ہومیومارفزم ہے۔

Prove that a one-one continuous mapping of a compact space onto a Hausdorff space is a homeomorphism.

(Section D)

10- منسلک فضاء کی تعریف کرو۔ ثابت کرو کہ حقیقی خط R کی تحت فضاء منسلک ہوگی ⇔ وہ ایک وقفہ ہے۔

Define a connected space. Prove that a subspace of the real line R is connected iff it is an interval.

11- ثابت کرو کہ منسلک فضاء کا تسلسل عکس بھی منسلک ہے۔

Prove that a continuous image of a connected space is connected.

12- فرض کرو کہ X ایک مقامیاتی فضاء ہے اور A، X کی منسلک تحت فضاء ہے۔ اگر B، X کی ایسی تحت فضاء ہے کہ
$A \subseteq B \subseteq \bar{A}$ تب ثابت کرو کہ B منسلک ہے۔ خاص کر $\bar{A}$ بھی منسلک ہے۔

Let X be a topological space and A be a connected subspace of X. If B is a subspace such that $A \subseteq B \subseteq \bar{A}$ then prove that B is connected. In particular $\bar{A}$ is connected.

(Section E)

13- اگر (X,τ) ایک مقامیاتی فضاء ہے تو ثابت کرو کہ

(i) $\bar{\phi} = \phi$ (ii) $A \subseteq \bar{A}$ (iii) $\bar{\bar{A}} = \bar{A}$ (iv) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.

In a topological space (X,τ) prove that:

(i) $\bar{\phi} = \phi$ (ii) $A \subseteq \bar{A}$ (iii) $\bar{\bar{A}} = \bar{A}$ (iv) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.

14- ثابت کرو کہ کامپیاکٹ فضاء کا تسلسل عکس کامپیاکٹ ہے۔

Prove that any continuous image of a compact space is compact.

15- ٹیٹز کے توسیع قضیہ کو بیان اور ثابت کرو۔

State and prove Tietze extension theorem.

16- مکمل غیر منسلک فضاء کی تعریف کرو اور ثابت کرو کہ مکمل غیر منسلک فضاء کے عوامل اسکے نقاط ہیں۔

Define a totally disconnected space and prove that components of a totally disconnected space are its points.

☆ ☆ ☆