Maulana Azad National Urdu University

M.Sc. (Mathematics)

III - Semester Examination November / December - 2014

Paper II - MM232 : Complex Analysis

دوسرا پرچہ : ملتف تجزیہ

Total Marks : 70 **Time : 3 hours**

374

نوٹ: ہر سیکشن سے دو سوالات لازمی طور پر حل کرتے ہوئے جملہ (10) دس سوالات حل کریں۔ تمام سوالات کے مساوی نشانات ہیں۔

(Answer ten questions by choosing any two from each section. All questions carries equal marks)

(I 1۔ ایک تفاعلی ملتف تجزیہ کی تعریف کرو۔ ذیل میں دیئے گئے ملتف متغیر تفاعلات کے حقیقی اور خیالی حصے معلوم کرو۔

(i) $w = z^3$ (ii) w = log z

(Define a function of a complex variable z. Write the real and imaginary parts of the following functions of complex variable:
i) $w = z^3$ (ii) w = log z.)

2۔ تفاعل $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ کے تحلیلی ہونے کے لازمی اور کافی شرط کو اخذ کرو۔

(Derive the necessary and sufficient condition for a function $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ to be analytic.)

3۔ بتلاؤ کہ $e^x \cos y$ ایک تحلیلی تفاعل کا صحیح حصّہ ہے۔ اس کا خیالی حصّہ اور تفاعل f(z) کو z کی رقمہ میں معلوم کرو۔

(Show that $e^x \cos y$ can be the real part of an analytic function f(z). Find its imaginary part and also the function f(z) in terms of z)

(II 4۔ بتلاؤ کہ (i) $\oint_C \frac{1}{z-a} dz = 2\pi i$ اور

(ii) $\oint_C (z-a)^n dz = 0$ اگر $n \neq -1$ جہاں پر C ایک دائرہ جسکا مرکز 'a' اورنصف قطر 'r' ہے۔

(Show that (i) $\oint_C \frac{1}{z-a} dz = 2\pi i$ (ii) $\oint_C (z-a)^n dz = 0$ if $n \neq -1$ where C is a circle with centre at 'a' and radius 'r'.)

5۔ کوشی کے تکملی مسئلہ کو بیان اور ثابت کرو۔

(State and prove Cauchy's integral theorem.)

6۔ $\oint_C \frac{2-z}{(z-1)^2 (z-2)} dz$ کی قیمت معلوم کرو جہاں پر دائرہ $|z| = \frac{3}{2}$ کو پیش کرتا ہے۔

(Evaluate $\oint_C \frac{2-z}{(z-1)^2 (z-2)} dz$ where C is the Circle $|z| = \frac{3}{2}$.)

(III

7۔ ملتف اعداد کیلئے ٹیلر کے مسئلے کو بیان اور ثابت کرو۔

(State and prove the Taylor's theorem for a function of complex variable.)

8۔ $\left(z-\frac{\pi}{2}\right)$ کی قوتوں میں $f(z)=\sin z$ کو پھیلاؤ۔

(Expand $f(z)=\sin z$ in powers of $\left(z-\frac{\pi}{2}\right)$.)

9۔ $f(z)=\frac{e^{1+z}}{z^2}$ کیلئے $z=0$ پر لارنٹ سلسلہ میں پھیلاؤ۔

(Expand $f(z)=\frac{e^{1+z}}{z^2}$ in a Laurent's series about $z=0$.)

(IV

10۔ $f(z)$ کے Singularities، قطب اور Residue کی تعریف کرو اگر $f(z)$، $z=a$ پر رتبہ 1 کا قطب رکھتا ہے۔ تو ثابت کرو $\operatorname{Res}_{z=a} f(z)=\lim_{z\to a}(z-a)f(z)$

(Define singularities, poles and residues of a function f(z). If f(z) has a pole of order 1 at z=a then show that $\operatorname{Res}_{z=a} f(z)=\lim_{z\to a}(z-a)f(z)$.)

11۔ کوشی کے باقی (Residue) مسئلہ کو بیان اور ثابت کرو۔ (State and prove Cauchy's residue theorem.)

12. ارتقائی تکمل کو استعمال کر کے $\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^4}$ کی قیمت معلوم کرو۔ (Evaluate $\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^4}$ using contour integration.)

(V

13۔ (i) $w=z+c$ اور (ii) $w=cz$ جیسے ابتدائی تحویلات پر بحث کرو۔

(Discuss the elementary transformations: (i) translation $w=z+c$ and (ii) magnification $w=cz$.)

14۔ کوشی کے تکملی ضابطہ کو بیان اور ثابت کرو اور تحلیلی تفاعل کے مشتق حاصل کرو۔

(State and Prove Cauchy's integral formula and obtain the derivatives of the analytic function f(z).)

15۔ تفاعل $f(z)=\frac{z}{(z-1)(z-3)}$، $0<|z-1|<2$ کو لارنٹ کے سلسلے میں حاصل کرو۔

(Obtain the Laurent's expansions of the function $f(z)=\frac{z}{(z-1)(z-3)}$ in the region $0<|z-1|<2$.)

16۔ ارتقائی تکمل کو استعمال کرتے ہوئے بتلاؤ کہ $\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{(2+\cos\theta)}=\frac{2\pi}{3}$ ۔

(Show that $\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{(2+\cos\theta)}=\frac{2\pi}{3}$ using contour integration.)

☆☆☆