

## Maulana Azad National Urdu University

### M.Sc. (Mathematics)

**III-Semester Examination November / December-2015**

#### Paper II-MM 232: Complex Analysis

دوسرا پرچہ: ماتف تجزیہ

**Time: 3hrs**

**Total Marks: 70**

(Answer Ten questions by choosing any two from each section. All questions carries equal marks.)

Note: ہر بیکھن سے دو سوالات لازمی طور پر حل کرتے ہوئے جمل (10) دو سوالات حل کریں۔ تمام سوالات کے مسادت نشانات ہیں۔

**(Section- A)**

1- کوشی ریمان مساواتیں کار تیزی شکل میں اخذا کرو۔

(Derive Cauchy Riemann equations in Cartesian form.)

2- بیان کر کے  $w = z^n$  ملق منشتوی میں ہر جگہ analytic ہے اگر  $n$  ایک صحیح عدد ہو اور  $dw/dz$  معلوم کرو۔

(Show that  $w = z^n$  is analytic everywhere in the complex plane if  $n$  is an integer, and find  $dw/dz$ .)

3- تحاں  $w = 1/z$  میں لاحدہ دو ٹینی  $1/4 < y < 1/2$  کا عکس معلوم کرو۔

(Under the transformation  $w = 1/z$ , find the image of the infinite strip  $1/4 < y < 1/2$ .)

**(Section-B)**

4- کوشی کے نکلی مسئلہ کو بیان اور ثابت کرو۔

(State and Prove Cauchy's integral theorem.)

$$\int_C \frac{(z-1)dz}{(z+1)^2(z-2)} = 0 \quad \text{کی قیمت معلوم کرو جہاں پر دائرہ } C \text{ کو پیش کرتا ہے۔} \quad -5$$

(Evaluate  $\int_C \frac{(z-1)dz}{(z+1)^2(z-2)}$  where  $C$  is the circle  $|z| = \frac{3}{2}$ .)

6- کوشی کے نکلی خاتمہ کا استعمال کرتے ہوئے

کی قیمت معلوم کرو جہاں پر دائرہ  $C$  کو پیش کرتا ہے۔

(Use Cauchy integral formula to evaluate  $\int_c \frac{\sin \pi z^2 + \cos \pi z^2}{(z-1)(z-2)} dz$ , where c is the circle  $|z|=3$ .)

(Section-C)

کے کلی مدد کو بیان اور ثابت کرو۔ Laurent's 7

(State and prove Laurent's theorem)

$$f(z) = \sin z \text{ کی قوتوں میں } \left( z - \frac{\pi}{2} \right) - 8$$

(Expand  $f(z) = \sin z$  in powers of  $\left( z - \frac{\pi}{2} \right)$ .)

نئے کی تعریف کرو۔ اگر  $f(z)$  pole نظریہ کے رکھتا ہو تو بڑا کہ Singularities, poles

$$\lim_{z \rightarrow a} (z-a)f(z) \text{ Residue of } f(z) \text{ at } z=a$$

(Define Poles and Singularities of a function. If  $f(z)$  has a simple pole at  $z=a$ , Show that the residue of  $f(z)$  at  $z=a$  is  $\lim_{z \rightarrow a} (z-a)f(z)$ .)

(Section-D)

کوشی کے Residue نظریہ کو بیان اور ثابت کرو۔ 10

(State and prove Cauchy Residue theorem )

$$\text{Residue of } f(z) = \int_0^\infty \frac{dx}{16+x^2} \quad 11$$

(Evaluate  $\int_0^\infty \frac{dx}{16+x^2}$  using residue calculus.)

$$\text{Residue of } f(z) = \frac{e^{iz}}{(z-1)^4}, \text{ اس کا pole اور اس کا Residue معلوم کرو۔ 12$$

(If  $f(z) = \frac{e^{iz}}{(z-1)^4}$ , find the pole of  $f(z)$  and the residue at the pole.)

(Section-E)

13۔ ذیل کے تفاضلات کے حقیقی اور خیالی حصوں کو علیحدہ کرو۔ (a)  $f(z) = \log z$  (b)  $f(z) = z^3$

(Separate the real and imaginary parts of the function (a)  $f(z) = \log z$  (b)  $f(z) = z^3$ .)

(a) along  $y^2 = x$  (b) along  $y = x^2$  کی قیمت معلوم کرو۔  $\int_{(0,0)}^{(1,1)} (3x^2 + 4xy + 3y^2)dx + 2(x^2 + 3xy + 4y^2)dy$  -14

(Evaluate  $\int_{(0,0)}^{(1,1)} (3x^2 + 4xy + 3y^2)dx + 2(x^2 + 3xy + 4y^2)dy$  (a) along  $y^2 = x$  (b) along  $y = x^2$ .)

میں لارٹس سلسلہ معلوم کرو۔  $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-3)} dz$  -15

(Obtain the Laurent's series of the function  $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-3)}$  in the region  $0 < |z-1| < 2$ .)

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(2+\cos\theta)} = \frac{2\pi}{3}$$

(Show that  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(2+\cos\theta)} = \frac{2\pi}{3}$ .)

