Maulana Azad National Urdu University

M.Sc : Mathematics IV Semester Examination - May - 2018

Paper : MSMM401CCT : Wavelet Analysis and Applications

Total Marks : 70 **Time : 3 hours**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. حصہ دوم میں آٹھ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 6 نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. حصہ سوم میں پانچ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو(500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ اول

سوال: 1

(i) Window فنکشن کی تعریف کروا۔

(ii) $\psi_{a,b}(t) =$ ---------- ہے۔

(iii) $W_{\psi}f(a,b) =$ --------- ہے۔

(iv) Fourier series کا formula ------ ہے۔

(v) $\int_{-\infty}^{+\infty} \cos nx \cos mx \, dx =$ ------- ہے۔

(vi) Smooth فنکشن کی تعریف لکھو۔

(vii) Fourier inverswe transform کا formula لکھو۔

(viii) Characteristics فنکشن کا فارمولہ لکھو۔

(ix) MRA کی Density property لکھو۔

(x) Haar function کا فارمولہ (formula) لکھو۔

P.T.O

حصہ دوم

2- اگر $x\in[-\pi,\pi]$ ، $f(x)=x^2$ تب ثابت کرو کہ $'f'$ کی fourier series

$$\frac{\pi^2}{3}+4\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^2}\cos nx$$ ہوگی۔

3- Fourier series کے complex فارم کو derive کرو۔

4- $$T_a(t)=\begin{cases}1+\dfrac{t}{a}, & -a\le t<0\\ 1-\dfrac{t}{a}, & 0\le t<a\\ |t|>0 & \end{cases}$$ کا fourier transform معلوم کرو۔

5- فرض کرو کہ $f,g\in L^1(R)$ اور α,β دو complex constant ہیں تو ثابت کرو کہ

(a) $$F(f(t-a))=e^{-iaw}\hat{f}(\omega)=M_{-a}\hat{f}(\omega)$$

(b) $$\int_{-\infty}^{\infty}\hat{f}(t)g(t)dt=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\hat{g}(t)dt$$

6- اگر ψ اور φ دو wavelets فنکشن ہیں اور $f,g\in L^2(R)$ میں ہوں تو ثابت کرو کہ

(a) $$W_\psi(D_cf)(a,b)=\frac{1}{\sqrt{c}}W_\psi f\left(\frac{a}{c},\frac{b}{c}\right),c>0$$ جہاں پر $(D_cf)(t)=\frac{1}{c}f\left(\frac{t}{c}\right),c>0$ ہے۔

(b) $$\left(W_{\alpha\psi+\beta\varphi}f\right)(a,b)=\bar{\alpha}\left(W_\psi f\right)(a,b)+\bar{\beta}\left(W_\varphi f\right)(a,b)$$

7- اگر $f\in L^2(R)$ ہو تب ثابت کرو کہ $$f(x)=\frac{1}{2\pi\|g\|_2^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{f}_g(t,\omega)\bar{g}(x-t)e^{i\omega x}d\omega\,dt$$ ہوگا۔

8- فرض کرو کہ اگر φ MRA کا scaling فنکشن ہے تو ثابت کرو کہ $$\hat{\varphi}(\omega)=\prod_{k=1}^{\infty}m_0\left(\frac{\omega}{2^k}\right)$$ ہوگا۔

9- haar wavelet کے construnction کو explain کرو۔

حصہ سوم

10۔ ثابت کرو کہ $S_n(x)=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x+u)\frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)u}{a\sin\left(\frac{u}{2}\right)}du$ ہوگا۔

11۔ $f(x)=e^x$ کے لیے half range sine series معلوم کرو۔

12۔ اگر $f,g\in L^1(R)$ تب ثابت کرو کہ $F[(f*g)]=\hat{f}(\omega)\hat{g}(\omega)$۔

13۔ اگر ψ ایک wavelet اور φ ایک bounded integrable فنکشن ہوتو ثابت کرو کہ convolation فنکشن $\psi*\varphi$ بھی ایک wavelet فنکشن ہوگا۔

14۔ wavelets کی signal ECG میں اپیلی کیشنس پر بحث کریں۔

☆ ☆ ☆