

Maulana Azad National Urdu University
M.Sc. (Mathematics)
IV - Semester Examination May - 2015

MM 242 : Mathematical Modelling

ریاضیاتی نمونہ سازی

Time : 3 hours

Total Marks : 70

نوٹ: ہر سیکشن سے دو سوالات لازمی طور پر حل کرتے ہوئے جملہ (10) دس سوالات حل کریں۔ تمام سوالات کے مساوی نشانات ہیں۔
(Answer Ten questions by choosing any two from each section. All questions carries equal marks)

(Section - I)

1- زمین کے نصف قطر کو معلوم کرنے کے طریقے کو بیان کرو۔ ایک صاف خاکہ کی مدد سے اس کی تشریح کرو۔

Describe the method used to find the radius of Earth. Draw a neat labelled diagram to illustrate the method.

2- نیوٹن کے حرکاتِ کلیہ اور جازبہ کلیہ کی مدد سے کیپلر کے سیاروں کی حرکت کے لیے تیسرے کلیہ یعنی $P^2 \propto a^3$ کو اخذ کرو جہاں 'P' گردش کا وقتی وقفہ سورج کے اطراف کا ہے اور 'a' سورج سے سیارے کا اوسط فاصلہ ہے۔

From Newton's Laws of motion and the Gravitational law derive Kepler's third law of planetary motion viz. $P^2 \propto a^3$ where P denotes the time period of revolution of a planet around the Sun and a planet's average distance from the Sun.

3- سادہ رقا ص کے حرکت کی مساواتیں لکھو اور انکا حل معلوم کرو۔

Write the equations of Simple Harmonic motion and solve them.

(Section - II)

4- آبادی کی افزائش کے لیے مقابلہ کے نمونہ کی تشریح کرو انکی مساواتیں بیان کرتے ہوئے خطہ مزی کا نقشہ بناؤ اور انکے توازن کے نقطوں اور انکی استقامت پر بحث کرو۔

Explain the Competition Model for population growth, obtain the equations describing it. Plot the trajectories, discuss the equilibrium points and their stability.

5- عمر کے ساخت والی آبادی کے نمونے کو بیان کرو۔ ان کو بیان کرنے والی مساواتیں حاصل کرو اور انھیں حل کرو۔

Describe the Age-Structured Population Model, obtain the equation describing it and find its solution.

6- تفرقی مساواتیں استعمال کر کے Prey-Predator نمونہ کو بیان کرو۔ ذیل کے خطہ مزی کی شکل بناؤ اور انکے استقامت پر بحث کرو۔

$$-\frac{dx}{dt} = x(10 - y) \text{ and } \frac{dy}{dt} = -y(10 - x)$$

Describe the Prey-Predator Model using differential equations.

Draw the trajectories and discuss the stability for the model described by

$$\frac{dx}{dt} = x(10 - y) \text{ and } \frac{dy}{dt} = -y(10 - x)$$

(Section - III)

- 7 - فرقی مساواتیں استعمال کر کے Cobweb کے نمونہ کو بیان کرو۔ مارکٹ میں جنس کی قیمت اور مقدار کے توازن کے نقاط حاصل کرو۔
اشکال کے ذریعہ سمجھاؤ کہ قیمت اور مقدار کس طرح توازن کے نقاط کے قریب ہوتے ہیں۔

Using difference equations describe the Cobweb Model. Obtain the equilibrium points for price and the amount of the commodity available in the market. Draw diagrams to explain how price and amount approach the equilibrium points.

- 8 - بچت قومی آمدنی اور سرمائے کے لحاظ سے Harrod کے نمونہ کو بیان کرو۔ اسکے حل پر بحث کرو۔

Describe Harrod Model relating savings, national income and investment. Discuss its solution.

- 9 - فرقی مساواتیں استعمال کر کے آبی سائنس کے لیے ریاضیاتی نمونہ سازی اطلاق پر بحث کرو۔

Discuss an application of Mathematical Modelling to Actuarial Science using difference equations.

(Section - IV)

- 10 - ذیابیطیس Mellitus کے نمونہ کی تشریح کرو اور اسکی مساواتیں حاصل کرو اور اسکے حل پر بحث کرو۔

Explain the model for Diabetes Mellitus. Obtain the equations and discuss the solution.

- 11 - آبادی کی افزائش کے لیے ایک غیر خطی فرقی مساواتوں کے نمونے کو بیان کرو۔ ایک وقفہ مقررہ نقطے اور دو وقفہ مقررہ نقطوں کی تشریح کرو۔ ان مقررہ نقطوں کی استقامت کس طرح حاصل ہوتی ہے؟

Describe a non-linear difference equations model for population growth. Explain what are *one-period fixed points* and *two-period fixed points*. How is the stability of these fixed points determined?

- 12 - عمر کے ساخت والی آبادی نمونے کی تشریح کرو۔ اس نمونے کے لیے Leslie ماتریس لکھو۔

Explain the Age-Structured Population model. Write the Leslie matrix for this model.

(Section-V)

- 13 - جازبہ زمیں مہرہ آزاد فضاء میں فضائی drag کی غیر حاضری میں سیارے کے لیے بنیادی مساوات اخذ کرو۔

Derive the Fundamental equation of a satellite in gravity free space and in the absence of atmospheric drag.

14 - Logistic افزائش کے نمونے کو تفرقی اور فرقی مساواتیں استعمال کر کے بحث کرو اور ان کا تقابل کرو۔

Discuss the Logistic Growth model using differential equations and difference equations and compare them.

15 - ذیل کے نمونہ کو دی گئی شرائط کے تحت $x(t)$ اور $y(t)$ کو xy - مستوی میں $t = 0$ سے 10 تک plot کرو۔
 $a = 0.01, b = 0.001$ جہاں $x(t+1) - x(t) = -ax(t) - bx(t)y(t)$
 $p = 0.005, q = 0.0001$ جہاں $y(t+1) - y(t) = py(t) - qx(t)y(t)$
 $y(0) = 10$ اور $x(0) = 40$

In the model given by:

$$x(t+1) - x(t) = -ax(t) - bx(t)y(t) \text{ where } a = 0.01, b = 0.001$$

$$y(t+1) - y(t) = py(t) - qx(t)y(t) \text{ where } p = 0.005, q = 0.0001$$

and $x(0) = 40$ and $y(0) = 10$. Plot $x(t), y(t)$ in the xy - plane for $t = 0$ to 10.

16 - فرض کرو کہ S_t ، t وقفوں کے اختتام پر حاصل ہونے والی رقم ہے جبکہ دی جانے والی ارقام R ، $2R$ ، $3R$ ، ہے۔

$$\text{بتلاؤ کے } S_{t+1} = S_t(1+i) + (t+1)R \text{ اور حل } S_t = \frac{R}{i} [(1+i)S_{\overline{t}|i} - t] \text{ ہوگا جبکہ 'i' فی اکائی رقم اور فی اکائی}$$

وقت کا سود مرکب ہے۔

Let S_t denote the amount due at the end of t periods when the amounts being paid are

$R, 2R, 3R, \dots$. Show that: $S_{t+1} = S_t(1+i) + (t+1)R$

and show that the solution is $S_t = \frac{R}{i} [(1+i)S_{\overline{t}|i} - t]$ where 'i' is the compound interest

per unit amount and per unit time.

☆☆☆

Handwritten signature
Date: 2/1/14