

# Maulana Azad National Urdu University

M.Sc. (Mathematics)

IV-Semester Examination May-2015

Paper III-MM 243: Graph Theory

Time: 3hrs

Total Marks: 70

1140

نوٹ: ہر سیکشن سے دو سوالات لازمی طور پر حل کرتے ہوئے جملہ (10) دس سوالات حل کریں۔ تمام سوالات کے مساوی نشانات ہیں۔

(Answer Ten questions by choosing any two from each section. All questions carries equal marks.)

### (Section-A)

1- ایسی ترسیم بناؤ جس کا درجہ توڑ  $5, 4, 4, 3, 3, 3$  ہے۔ بتلاؤ کہ ایک  $n$  راسوں والی ترسیم کے کسی بھی راس کا اعظم ترین درجہ  $(n-1)$

ہوتا ہے۔

(Draw a graph whose degree sequence is 5, 4, 4, 3, 3, 3. Show that the maximum degree of any vertex in a simple graph with  $n$  vertices is  $(n-1)$ .)

2- ثابت کرو کہ ترسیم  $G(V, E)$  میں تمام راسوں کا مجموعی درجہ کناروں کی تعداد کا دوگنا ہوتا ہے۔

(Show that the sum of the degrees of all the vertices in any graph  $G(V, E)$  is twice the number of edges in  $G$ .)

3- اگر ایک ترسیم  $G$  اس طرح ہے جس میں جملہ 21 درجہ ہیں جن میں چار درجوں کے تین راس اور باقی تین درجوں والے ہے۔ تو  $G$  کے راسوں

کی تعداد معلوم کرو۔

(Find the number of vertices in graph  $G$  if  $G$  has 21 degrees, 3 vertices of degree 4, and other remaining vertices are degree 3.)

### (Section-B)

4- ثابت کرو کہ ترسیم  $G(p, q)$  ایک درخت ہوگا اگر اور صرف اگر یہ Acyclic ہے اور  $p = q + 1$  ہوگا۔

(Prove that a graph  $G(p, q)$  is a tree if and only if it is acyclic and  $p = q + 1$ .)

5- بتلاؤ کہ ہر Circuit تقاطع سیٹ کی طرح جفت کنارے رکھتا ہے۔

(Show that every circuit has an even number of edges in common with cut set.)

6- منسلک ترسیم  $G(V, E)$  کے لیے بتلاؤ کہ  $r(G) \leq d(G) \leq 2r(G)$  ہوگا۔

(For a connected graph  $G(V, E)$ , Show that  $r(G) \leq d(G) \leq 2r(G)$ .)

**(Section-C)**

7- منصوبہ بند ترسیم کی تعریف کرو۔ بتلاؤ کہ  $K_4$  مکمل، منصوبہ بند اور باقاعدہ ہوگا۔

(Define planner graph. Show that  $k_4$  is a complete, planner, regular graph.)

8- اگر  $G$  'p' راسوں، 'q' کناروں اور 'r' شکلوں والا منسلک منصوبہ بند ترسیم ہو تب بتلاؤ کہ  $p - q + r = 2$  ہوگا۔

(If  $G$  is a connected planner graph with  $p$  vertices,  $q$  edges and  $r$ -faces then show that  $(p - q + r = 2)$ .)

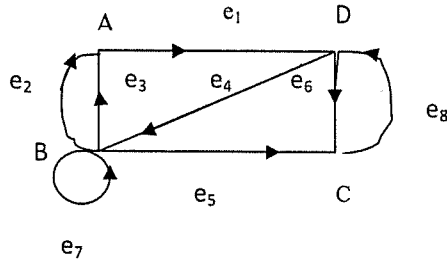
9-  $k(G) = 3$ ,  $\lambda(G) = 4$ ,  $\delta(G) = 4$  کے لیے ارتباط کے نیٹورک کا نقشہ بناؤ۔

(Draw a network of connectivity for  $k(G) = 3$ ,  $\lambda(G) = 4$ ,  $\delta(G) = 4$ .)

**(Section-D)**

10- اگر راستہ ترسیم  $G$  میں  $V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g\}$

$E(G) = \{(a, a), (b, e), (a, e), (e, b), (g, c), (a, e), (d, f), (d, b), (g, g)\}$  کے



(a) loop متوازی کیناروں کی شناخت کرو۔

(b) کیا  $G$  میں کوئی Source ہے؟

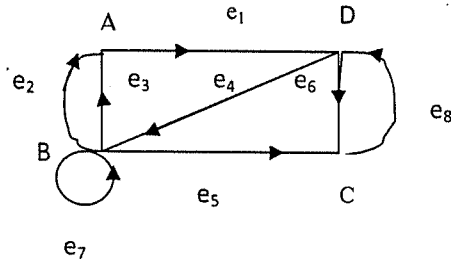
(c) کیا  $G$  میں کوئی Sink ہے؟

(Consider the following directed graph  $G: V(G) = \{a, b, c, d, e, f, g\}$  and  $E(G) = \{(a, a), (b, e), (a, e), (e, b), (g, c), (a, e), (d, f), (d, b), (g, g)\}$

(a) Identify any loops or parallel edges.

(b) Are there any sources in  $G$ ?

(c) Are there any sinks in  $G$ ?



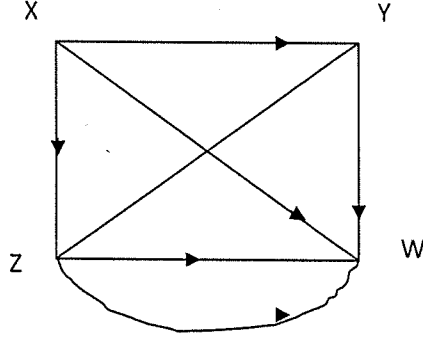
11- ثابت کرو کہ  $G$  digraph ایک Euler digraph ہوگا اگر اور صرف اگر  $G$  منسلک اور متوازن ہو۔

(Prove that a digraph G is an Euler digraph if and only if G is connected and is balanced.)

12۔ دی گئی ترتیب G کی شکل میں اگر اس Memory میں ذیل کے DATA array طرے سے محفوظ ہیں تب۔ DATA: X, Y, Z, W

(a) ترتیب G کی adjacency مٹرس معلوم کرو۔

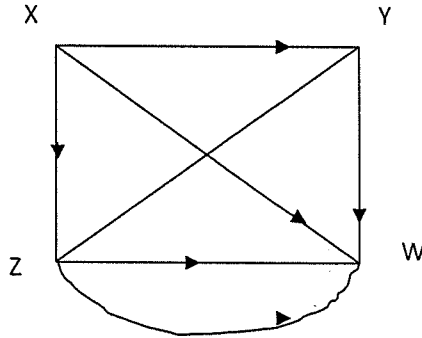
(b) adjacency مٹرس A تعقت کا استے مال کرتے ہوے ترتیب G کی راہ مٹرس P معلوم کرو۔



(Consider the graph G in the given figure. Suppose the vertices are stored in memory an array DATA as follows:

DATA: X, Y, Z, W

- (a) Find adjacency matrix of the graph G.  
 (b) Find the path matrix P of G using powers of the adjacency matrix A.)



**(Section-E)**

13۔  $K_5, K_{2,3}$  سے کتنے تحت ترتیب اور پھیجاؤ تحت ترتیب بناے جاسکتے ہیں۔

(How many sub graphs and spanning sub graphs can be drawn from  $K_5, K_{2,3}$ .)

اگر ایک درخت میں دو درجہ والے تین راس، تین درجہ والے چار راس اور چار درجہ والے تین راس پاسے جاتے ہوں تو درخت کے آخری راس کی تعداد معلوم کرو۔

-14

(A tree with 3 vertices of degree 2 and 4 vertices of degree 3 and 3 vertices of degree 4.  
Calculate the number of end vertices of the tree.)

15- اگر  $G(p, q)$  کے لیے  $p \geq 3$  ہو تب بتاؤ کہ  $q \leq 3p - 6$  ہوگا۔

(In a graph  $G(p, q)$  if  $p \geq 3$ , then show that  $q \leq 3p - 6$ .)

16- ایک ایسی وزنی ترسیم  $G$  کا نقشہ بناؤ جسکے لیے راس کا (array DATA) اور وزنی مٹریس  $W$  ذیل میں دے گئے ہیں۔  
DATA: X, Y, Z, W

$$-W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 7 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

(Draw a picture of the weighted graph  $G$  which is maintained in the memory by the following vertex array DATA and weight matrix  $W$ :

$$\text{DATA: X, Y, Z, W; } W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 7 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 8 & 0 \end{bmatrix} .)$$