M.Sc./IV-S/P-IV/May-2015

Maulana Azad National Urdu University

M.Sc.(Mathematics) IV - Semester Exams, May 2015

MM244 : Finite Element Method

محدودی عنصری طریقہ

1141

Time : 3 hours **Total Marks : 70**

نوٹ: ہر سیکشن سے دوسوالات لازمی طور پر حل کرتے ہوئے جملہ (10) دس سوالات حل کریں۔ تمام سوالات کے مساوی نشانات ہیں۔

(Answer Ten questions by choosing any two from each section. All questions carries equal marks)

(Section - I)

1۔ Least Square اور Moment Method کی وضاحت کرو۔

Explain least square method, moment method.

2۔ Domain طریقہ کو سمجھاؤ۔

Explain domain method.

3۔ دی گئی تفاعل $u(\pm 1)=0$ ؛ $u''+(1+x^2)u+1=0$ جس کا اندازاً حل $w(x)=a_1(1-x^2)+a_2x^2(1-x^2)$ جس کا سہو $E[x,\bar{a}]=1+a_1(-1-x^4)+a_2(2-11x^2-x^6)$ کو partition طریقہ سے حل کرو۔

Using partition method to determine the coefficients of the approximate solution

$w(x)=a_1(1-x^2)+a_2x^2(1-x^2)$ from the boundary value problem

$u''+(1+x^2)u+1=0;\quad u(\pm 1)=0$ whose error is

$E[x,\bar{a}]=1+a_1(-1-x^4)+a_2(2-11x^2-x^6)$

(Section - II)

4۔ دودرجی لیگرانج کا کثیر رکنی معلوم کرو جب کہ مثلثی ارکان کے لیے جس کے نوڈس 1(0,0), 2(2,0), 3(1,1) ہیں۔

Obtain the quadratic Lagrange polynomial for the triangular element with the nodes 1(0,0), 2(2,0), 3(1,1).

5۔ مستطیلی عنصر کے لئے لیگرانج کے تحریفی ضابطہ کو اخذ کرو۔

Obtain the linear Lagrange interpolation formula for the rectangular element.

6۔ مثلثی ارکان کا مقامی مختصات حاصل کرو۔

Obtain the local coordinates for the triangular elements.

(Section - III)

7۔ محدودی عنصر طریقہ سے نقطہ واری سہو کو سمجھاؤ۔

Explain point wise error in Finite Element Method.

P.T.O

8- ثابت کرو کہ دو درجی مساوات $u_h = u_1(1-s)+u_2 s$ کا سہو $\|u-u_h\|_1 \le c_2 h'$ ، $\|u-u_h\|_0 \le c_1 h^2$ ہے۔

Show that the error estimate for a second order equation $u_h = u_1(1-s)+u_2 s$ is $\|u-u_h\|_0 \le c_1 h^2$, $\|u-u_h\|_1 \le c_1 h'$

9- تفرقی مساوات $-\frac{d^2u}{dx^2}=2,\ \ 0\le x\le 1,\ u(0)=u(1)=0$ جس کا ٹھیک حل $u(x)=x(1-x)$ ہے

دو عنصر کے لئے سہو کا تخمینہ $\|u-u_h\|_1 \le c_2 h'$ اور $\|u-u_h\|_0 \le c_1 h^2$ کی جانچ کرو۔

Verify the error estimates $\|u-u_h\|_0 \le c_1 h^2$, $\|u-u_h\|_1 \le c_2 h'$ for a differential equation $-\frac{d^2u}{dx^2}=2,\ \ 0\le x\le 1,\ u(0)=u(1)=0$, whose exact solution is $u(x)=x(1-x)$ for two elements.

Section - IV

10- استدقات کے تجزیہ کا محدود عنصری طریقہ کی وضاحت کرو۔

Explain convergence analysis in FEM.

11- دیئے گئے مسئلہ $\frac{d^2u}{dx^2}+u=x^2$ ، $0<x<1$ جس کے سرحدی شرائط $u(0)=u(1)=0$ ہے کو رٹز محدودی عنصری طریقہ کے ذریعہ حل کرو۔

Solve the b.v.p $\frac{d^2u}{dx^2}+u=x^2$ for $0<x<1$ subject to the boundary conditions $u(0)=u(1)=0$ by Rayleigh Ritz FEM.

12- حدودی قیمتی مسئلہ $-\frac{d}{dx}\left[p(x)\frac{du}{dx}\right]+q(x)u=r(x)$ ہے جسکے سرحدی شرائط $u(a)=\gamma_1,\ \ u(b)=\gamma_2$ کو گیلرکین طریقہ سے حل کرو۔

Solve the b.v.p $-\frac{d}{dx}\left[p(x)\frac{du}{dx}\right]+q(x)u=r(x)$ subject to the boundary conditions $u(a)=\gamma_1,\ \ u(b)=\gamma_2$ using Galerkin method.

Section - V

13- حدودی قیمتی مسئلہ $u''+xu+x=0,\ u(0)=u(1)=0$ جس کا اندازاً حل $u(x)\approx w(x)=a_1x(1-x)+a_2x^2(1-x)$ کو رٹز طریقہ کے ذریعہ حل کرو۔

Solve the boundary value problem $u''+xu+x=0,\ u(0)=u(1)=0$ whose approximate solution is $u(x)\approx w(x)=a_1x(1-x)+a_2x^2(1-x)$ by Ritz method.

contd.... on Pg. 3

14۔ عنصر $e_i = [-1,1]$ کے لئے شکلی تفاعل اور مقامی مختصات کو خطی لیگرانج کثیر رکنی کے استعمال کے ذریعہ محسوب کرو۔

Obtain the shape function and the local coordinates for the line element $e_i = [-1,1]$ by using linear Lagrange polynomial.

15۔ حل کے استدقات کی تشریح کرو۔

Explain convergence of the solution.

16۔ دی گئی Eigen قیمتی مسئلہ $0 < r < 1$ ، $\frac{d^2u}{dx^2} + \lambda u = 0$ جس کے سرحدی شرائط $u(0) = 0,\ u(1) = 0$ کو رٹز محدود عنصری طریقہ سے حل کرو۔

Solve the eigen value problem by the Ritz finite element method $\frac{d^2u}{dx^2} + \lambda u = 0$ for $0 < r < 1$ subject to the boundary conditions $u(0) = 0,\ u(1) = 0$.

☆ ☆ ☆