Maulana Azad National Urdu University

Ph.D. (Mathematics) Course Work Examination - December - 2018

Paper - PHMM102CCT : Essential Mathematics

پرچہ: ایسنشیل میتھ میٹکس

Time : 3 hrs **Marks : 70**

ہدایات:

یہ پرچہ سُوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. **حصہ اول** میں **10** لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. **حصہ دوم** میں آٹھ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو **(200)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **6** نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. **حصہ سوم** میں پانچ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو **(500)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **10** نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ اول

سوال 1 :

(i) $\bigcup_{n=1}^{\infty}\left[2+\frac{1}{n},\ 3-\frac{1}{n}\right] =$ ....

(a) $[2,\ 3]$ (b) $(2,\ 3)$ (c) $[2,3)$ (d) ان میں سے کوئی بھی نہیں

(ii) $\mathbb{R}$ Countable Set ہے (صحیح / غلط)

(iii) $< S_n = \frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+......+\frac{1}{n+n} >$ ....

(a) Convergent ہے (b) Divergent ہے (c) Oscillatory ہے (d) ان میں سے کوئی نہیں

(iv) Identity Operator مثبت (Positive) ہے۔ (صحیح / غلط)

(v) Discrete topology کی تعریف کرو ایک مثال دو۔

(vi) $z=(x+a)(y+b)$ ذیل کی کونسی مساوات ظاہر کرتی ہے۔

(a) $z=\frac{p}{q}$ (b) $z=pq$ (c) $z=p-q$ (d) ان میں کوئی نہیں

(vii) $\frac{dy}{dx}+\frac{1}{x}y=x^2$ کا حل .... ہے۔

(a) $xy=\frac{x^4}{4}+c$ (b) $xy=c$ (c) $\frac{x}{y}=c$ (d) ان میں کوئی نہیں

(viii) $y^2dx+(1+xy)dy=0$ کا Integrating Factor .... ہے۔

(a) e^y (b) e^x (c) e^{xy} (d) ان میں کوئی بھی نہیں

(ix) مساوات $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ ہے۔

(a) بیضوی Elliptic (b) Hyperbolic (c) مکافی Parabolic (d) ان میں کوئی بھی نہیں

(x) مساوات $(2x+3y)p+4xyq-8pq=x+y$ ہے۔

(a) خطی (Linear) (b) غیر خطی (Non - Linear) (c) quasi linear (d) Semi linear

حصہ دوم

2 ایک Metric Space پر Uniform Continuity کی تعریف کرو۔ایک مثال دو۔

3 'Compact Set' کی تعریف کرو۔بتلاؤ کہ ہر Compact Set بندسٹ (Closed Set) ہے۔

4 اگر 'M' 'Hilbert Space' H کی ایک بند تحت فضاء (Closed Sub space) ہے تب ثابت کرو کہ $H=M\oplus M^{\perp}$

5 ثابت کرو کہ ہر field کا finite extension ، Algebraic Extension ہوگا۔

6 حل کرو $(1+y^2)dx=(\tan^{-1}y-x)dy$

7 $(D-1)^2(D^2+1)^2y=e^x$ کا حل معلوم کرو۔

8 $(D^2-2D+1)y=x\sin x$ کو حل کرو۔

9 $xzp+yzq=xy$ کا حل معلوم کرو۔

حصہ سوم

10 Sylow کے پہلے نظریہ کو بیان اور ثابت کرو۔

11 ثابت کرو کہ space، l_2^n جس میں $x=(x_1,x_2,\dots x_n)\in l_2^n$ کے لئے $\|x\|=\left(\sum_{i=1}^{n}|x_i|^2\right)^{\frac{1}{2}}$ ایک Banach Space ہوگا۔

12 اگر X اور Y دو metric spaces ہیں تب $f:X\to Y$، X پر continuous ہوگا $\Leftrightarrow$ Y کے ہر 'open set' V کے لئے $f^{-1}(V)$ X میں open set ہے۔

13 $\frac{d^2y}{dx^2}+x\frac{dy}{dx}+x^2y=0$ کا Series Solution x = 0 پر معلوم کرو۔

14 $2(z+px+qy)=yp^2$ کا complete integral معلوم کرو۔

☆☆☆