Maulana Azad National Urdu University

M.Sc. (Maths) III Semester Examination, January 2021

MSMM302CCT : Partial Differential Equations

پرچہ : جزوی تفرقی مساوات

Time : 3 hrs **Marks : 70**

ہدایات:

یہ پرچہ سُوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں **10** لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات / خالی جگہ پُر کرنا / مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. حصہ دوم میں آٹھ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دو سو **(200)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **6** نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. حصہ سوم میں پانچ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو **(500)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **10** نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ اول

سوال نمبر 1 :

i۔ مساوات $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 = 0$ کا order ہے۔

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) ان میں کوئی بھی نہیں

ii۔ مساوات $\frac{\partial z}{\partial x} - y \log y \frac{\partial z}{\partial y} = z \log y$ ------------ ہے۔

(a) linear (b) semi-linear (c) quasi-linear (d) non-linear

iii۔ $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 3\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ کا general solution------ ہے۔

(a) $z = \phi_1(y-x) + \phi_2(y-2x)$ (b) $z = \phi_1(y+x) + \phi_2(y-2x)$

(c) $z = \phi_1(y+x) + \phi_2(y+2x)$ (d) $z = \phi_1(y-x) + \phi_2(y+2x)$

iv۔ مساوات $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} = e^{2x+3y}$ کا P.I. -------- ہے۔

(a) $\frac{1}{2}e^{2x+3y}$ (b) $\frac{1}{3}e^{2x+3y}$ (c) $\frac{1}{6}e^{2x+3y}$ (d) $-\frac{1}{6}e^{2x+3y}$

v۔ مساوات $z = px + qy + \sqrt{1 + p^2 + q^2}$ کا complete integral --------- ہے۔

(a) $z = ax + by + \sqrt{1 + x^2 + y^2}$ (b) $z = ax + by + \sqrt{1 + a^2 + b^2}$ (c) $z = ax + by$ (d) $z = ax - by$

vi۔ مساوات $2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 4\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 3\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2$ ---------- ہے۔

(a) Hyperbolic (b) Parabolic (c) Elliptic (d) ان میں کوئی بھی نہیں

vii۔ مساوات $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ --------- ہے

(a) Hyperbolic (b) Parabolic (c) Elliptic (d) ان میں کوئی بھی نہیں

viii ۔ مساوات $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$ ------------ ہے۔

(a) Laplace equation (b) heat equation (c) wave equation (d) ان میں کوئی بھی نہیں

xi۔ Laplace's equation کو cartesian coordinates میں لکھیے۔

x۔ Diffusion equation کو cylindrical coordinates میں لکھیے۔

حصہ دوم

2۔ حل کرو $xzp + yzq = xy$۔

3۔ مساوات $2y(z-3)p + (2x - z)q = y(2x - 3)$ کی Integral Surface معلوم کرو جو دائرے $z = 0, x^2 + y^2 = 2x$ سے گزرتی ہے۔

4۔ حل کرو $\left(D^3 - 2D^2D' - DD'^2 + 2D'^3\right)z = e^{x+y}$۔

5۔ حل کرو $\left(D^2 - 2DD' - 15D'^2\right)z = 12xy$۔

6۔ $u(x,y)$ کو معلوم کرو جبکہ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ ہے اور جس کے boundary conditions

(i) $u \to 0$ as $x \to \infty$ اور (ii) $u(x,0) = u(x,a) = 0$ ہیں۔

7۔ $\frac{\partial u}{\partial x} = 2\frac{\partial u}{\partial t} + u$ کو متغیروں کے جداپذیر طریقے (method of separation of variables) سے حل کرو جہاں

$u(x,0) = 6e^{-3x}$ ہے۔

8۔ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{1}{k}\frac{\partial u}{\partial t}$ کو متغیروں کے جداپذیر طریقے (method of separation of variables) سے حل کرو۔

9۔ ایک ابعادی موجی مساوات (one dimensional wave equation) کا D'Alembert حل معلوم کرو۔

حصہ سوم

10۔ حل کرو $\left(x^2-yz\right)p+\left(y^2-zx\right)q=z^2-xy$ ۔

11۔ بتلاؤ کہ دی گئی مساواتیں $xp-yq=x$ اور $x^2p+q=xz$ compatible ہیں اور اس کا حل معلوم کرو ۔

12۔ مساوات $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=\frac{1}{x+y}$ کا حل معلوم کرو ، جبکہ $y=x$ پر $z=0,\ p=\frac{2y}{\left(x+y\right)}$ ہیں۔

13۔ دائرے کے لئے Interior Dirichlet Problem پر گفتگو (Discuss) کریں۔

14۔ Diffusion مساوات کا spherical polar coordinate میں حل معلوم کرو۔

☆☆☆