Maulana Azad National Urdu University
Ph.D I Semester Examination December - 2019
Paper: (PHMM101DST) : Pure Mathematics

Total Marks : 70 **Time : 3 hours**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. **حصہ اول** میں **10** لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. **حصہ دوم** میں آٹھ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو **(200)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **6** نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. **حصہ سوم** میں پانچ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو **(500)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **10** نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ اول

سوال: 1

(i) 29، رتبہ (Order) والے Cyclic Group کے ____________ Generators ہونگے۔

(a) 29 (b) 28 (c) 15 (d) ان میں کوئی بھی نہیں

(ii) اگر کسی رنگ R (Ring) میں $\forall x \in R' x^2 = x$ ہو تب وہ رنگ __________ کہلاتی ہے۔

(a) Integral Domain (b) Field (c) Boolean Ring (d) ان میں کوئی بھی نہیں

(iii) اگر θ ایک گروپ action ہے تب $\theta(e,x)$ ____________ ہے۔

(iv) اگر $f:R\to R$ کی تعریف $f(x)=x^3$ ہو تب f کے کتنے Fixed Points ہیں۔

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(v) $\left[Q\left[\sqrt{2},\sqrt{3}\right]:Q\right]$ = ______________ ہے۔

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(vi) Division Ring (Skew Field) کی ایک مثال دو۔

(vii) Contraction Map کی تعریف کرو۔

(viii) $\theta: G\times X\to X$، $\theta(a,x) = xa^{-1}$ گروپ action ہے یا نہیں۔

(ix) Null Softset کی تعریف کرو۔

(x) Fuzzy Set کی ایک مثال دو۔

P.T.O.

حصہ دوم

2. اگر $f : R \to R^1$ ایک Homomorphism ہے جسکا Kernel 'K' ہے تب ثابت کرو کہ K، R کا Ideal ہوگا۔

3. Prime Ideal کی تعریف کرو۔ دو مثالیں دو۔

4. دو مثالوں کے ساتھ گروپ action کی تعریف کرو۔

5. اگر R ایک Integral Domain ہو تب ثابت کرو کہ $R[x]$ بھی Integral Domain ہے۔

6. اگر X ایک Banach Space ہے اور $r > 0$ کے لیے $T : X \to X$ اس طرح ہے کہ T^r، Contraction ہے تب ثابت کرو کہ T کا یکتا Fixed Point ہوگا۔

7. ثابت کرو کہ ہر Contraction Map، Uniformly Continuous ہوگا۔

8. اگر G ایک گروپ ہے اور $x \in G$ تب $'x'$ کے Orbit کی تعریف کرو اور بتلاؤ کہ کوئی بھی دو Orbits مساوی یا Disjoint ہونگے۔

9. تعریف کرو

(i) Soft Set (ii) Soft Subset (iii) سافٹ سٹ کا Union اور Intersection ایک مثال دو۔

حصہ سوم

10. Maximal Ideal کی تعریف کرو۔ ایک مثال دو۔ ثابت کرو کہ اکائی کے ساتھ والے Commutative Ring R کا ہر 'Ideal M' Maximal ہوگا $\Leftrightarrow$ R/M ایک میدان (Field) ہے۔

11. بناک Contraction Principle کی مدد سے بتلاؤ کہ کسی System of Linear Equations کا یکتا (Unique) حل ممکن ہے۔

12. فرض کرو کہ $'\theta'$ گروپ G کا کسی سٹ X پر ایک action ہے۔ اگر $A \subseteq X$ کے لیے $\theta^1(a, A) = \{\theta(a, x) / x \in A\}$ ہو تب ثابت کرو کہ θ^1، $P(X)$ پر گروپ action ہے اور $Ker\theta = Ker\theta^1$ ہوگا۔

13. Banach Contraction Principle کو بیان اور ثابت کرو۔

14. تعریف کرو

(i) Fuzzy Set (ii) Fuzzy Union (iii) Fuzzy Intersection

(iv) Fuzzy Subset اور (v) Fuzzy Complement