Maulana Azad National Urdu University

Ph.D; (Mathematics) Course Work Examination - December - 2019

PHMM102CCT : Essential Mathematics

پرچہ :اسینشیل میتھمیٹکس

Time : 3 hrs **Marks : 70**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. حصہ دوم میں 8 سوالات ہیں، اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 6 نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. حصہ سوم میں 5 سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو (500) لفظوں پر مشتمل ہے ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ اول

سوال (1)

(i) Cantor سٹ __________ ہے۔

(a) متناہی (Finite) (b) شمار پذیر (Countable)

(c) غیر شمار پذیر (uncountable) (d) ان میں کوئی نہیں

(ii) ایک میٹرک (Metric) کی تعریف کرو۔

(iii) اگر $0<a<1$ $\forall x\in S=[-a,a]$ $f_n(x)=x^n$ ہو تب $f_n(x)\to f(x)=0$ ہوگا (صحیح/غلط)

(iv) $X=\{a,b,c\}$ پر دو Topologies بناؤ۔

(v) Polynomial $5x^4+7x^3+14x^2-7x+35$ Q پر irreducible ہے۔ (صحیح/غلط)

(vi) تفرقی مساوات (Differential Equation) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ ہے۔

(a) Elliptic (b) Hyperbolic (c) Parabolic (d) ان میں کوئی بھی نہیں

(vii) $y^2dx+(1+xy)dy=0$ کا integrating factor ہے۔

(a) e^y (b) e^x (c) e^{xy} (d) ان میں کوئی نہیں

(viii) مساوات $(2x+3y)p+4xq-8pq=x+y$ __________ ہے۔

(a) خطی (linear) (b) غیر خطی (non-linear) (c) کوازی خطی (quasi-linear) (d) سمتی خطی

P.T.O

(ix) $(1-x^2)y''-2xy+n(n+1)y=0$ کے لیے

(a) $x=1$ irregular singular point ہے (b) $x=-1$ regular singular point ہے

(c) a اور b دونوں (d) کوئی بھی نہیں

(x) تفرقی مساوات $\frac{d^2}{dx^2}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{-3/2}=0$ کا رتبہ (Order) ہے۔

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

حصہ دوم

(2) ایک مثال کے ذریعہ (i) Finite Extension (ii) Algebratic Extension کی تعریف کیجیے۔

(3) Normed Linear Space کی تعریف کرو ایک مثال دو۔ ثابت کرو کہ ہر Normed Linear Space ایک Metric Space ہے۔

(4) Compact Set کی تعریف کرو۔ بتلاؤ کہ Compact Set کا ہر بند (Closed) تحت سٹ (Sub Set)، Compact ہوگا۔

(5) کسی Topological Space کی تعریف کرو۔ دو مثالیں دو۔

(6) $(D^2-2D+1)y=x\sin x$ کا حل معلوم کرو۔

(7) $(3x^2D^2-3xD+5)y=\sin(\log x)$ کا حل معلوم کرو۔

(8) جزوی تفرقی مساوات $(mz-ny)p+(nx-lz)q=ly-mx$ کا حل معلوم کرو۔

(9) مساوات $z=px+qy+p^2+q^2$ کا Complete Integral معلوم کرو۔

حصہ سوم

(10) Eisensteins کے نظریے کو بیان اور ثابت کرو۔ بتلاؤ کہ $x^4+8\in Q[x]$، Q پر غیر تحویل پذیر (Irreducible) ہے۔

(11) ثابت کرو کہ space l_p^n جس میں $x=(x_1,x_2.....x_n)\in l_p^n$ کے لیے $\|x\|_p=\left(\sum_{i=1}^{n}|x_i|^p\right)^{1/p}$ ہو ایک Banach Space ہے۔

(12) Bessels کی مساوات $x^2y''+xy'+(x^2-m^2)y=0$ کا series میں حل معلوم کرو۔

(13) Cauchy-Euler کی مساوات کے حل (Solution) کے طریقوں کو تفصیل سے بتلاؤ۔

(14) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{2\partial^2 z}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ کو Cannonical شکل میں لا کر اس کا حل معلوم کرو۔

☆☆☆