مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی حیدرآباد۔

Maulana Azad National Urdu University, Hyderabad.

B.Tech. I[st] year

I[st] Semester Examinations February 2022

Paper: Engineering Mathematics-I انجینئرنگ میتھمیٹکس-1 Code: **BTCS101BST**

کل نمبرات:70 15-02-2021 وقت:3 گھنٹے۔

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات دو حصوں پر مشتمل ہے:۔ ہر جواب کے لیے لفظوں کی تعداد اشارۃ ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

- حصہ اول میں 10 سوالات ہیں۔ ان میں سے طالب علم کو کوئی 08 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریبا (100) لفظوں میں مطلوب ہے۔ ہر سوال کے لیے 5 نمبرات مختص ہیں۔ (8x5=40 marks)
- حصہ دوم میں 05 سوالات ہیں۔ ان میں سے طالب علم کو کوئی 03 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریبا (250) لفظوں پر مشتمل ہو۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ (3x10=30 marks)

(حصہ-اوّل)

سوال: درجہ ذیل سوالات میں سے کوئی 8 سوالات کے جوابات دیجیے۔ ہر سوال کے لئے 5 نمبر مختص ہے۔ (8x5=40)

1) دکھایئے کہ دیا گیا تفاعل (function) $f(x) = (x+2)^3(x-3)^4, [-2,3]$ Rolle's theorem کی تمام شرائط کو مطمئن کرتا ہے۔

2) اگر $y = a\cos(logx) + b\sin(logx)$ تو Leibnitz Theorem کا استعمال کرکے ثابت کیجیے کہ

$$x^2y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$$

3) اگر $u = e^{\frac{x^3+y^3}{3x+4y}}$ ہو تو $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y}$ کی قیمت معلوم کیجیے۔

4) دکھایئے کہ ماترس A (Matrix) یہ Cayley Hamilton Theorem کو مطمئن (Satisfy) کرے گی اور ساتھ ہی اس کا معکوس ماترس (Inverse Matrix) A^{-1} معلوم کیجیے۔

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

5) دیئے گئے ہمزاد خطی مساواتوں کے نظام (System of Simultaneous Linear Equations) کا حل λ کی کن کن قیمتوں پر

(a) صرف ایک حل (Unique Solution) (b) کئی حل (Infinitely Many Solutions)

(c) کوئی حل نہیں (No Solution) حاصل ہوں گے۔

$$3x - y + 4z = 3,\ \ x + 2y - 3z = -2,\ \ 6x + 5y + \lambda z = -3$$

6) فرض کرو کہ $S = \{v_1, v_2, v_3\}$ یہ R^3 کا اساس (Basis) ہے جہاں پر

$$v_1 = (1,1,1), v_2 = (1,1,0), v_3 = (1,0,0)$$

اور $T: R^3 \rightarrow R^2$ یہ ایک خطی استحالہ (Linear Transformation) اس طرح ہے کہ

$$T(v_1) = (1,0), T(v_2) = (2,-1), T(v_3) = (4,3)$$

تو $T(x, y, z)$ کے لیے ضابطہ (Formula) اخذ کیجیے۔

7) دکھایئے کہ vector $w = \begin{bmatrix} 6 & -8 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$ کو $\{v_1, v_2, v_3\}$ کے linear combination میں لکھ سکتے ہیں۔ جہاں پر

$$v_1 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

8) دی گئی ماترس A (Matrix) کے Null space کا Basis معلوم کیجیے۔

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

9) دکھایئے کے دیے گئے vectors' R^3 میں linearly dependent یا linearly independent ہے؟

$$u_1 = (-2,0,1), \quad u_2 = (4,-2,0) \quad u_3 = (6,-6,3)$$

10) اگر $u = x^2 + y^2 + z^2$ اور $x = e^{2t}, y = e^{2t}cos3t, z = e^{2t}sin3t$ تو $\frac{du}{dt}$ معلوم کیجیے۔

(حصہ دوّم)

سوال : درجہ ذیل سوالات میں سے کوئی 3 سوالات کے جوابات دیجیے۔ ہر سوال کے لئے 10 نمبر مختص ہے۔ (3x10=30)

11) دی گئی ماترس A (Matrix) کے Eigen values اور Eigen vectors معلوم کیجیے۔

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

12) دی گی ماترس A (Matrix) کے لیے Modal Matrix' اس کی وتری ماترس (Diagonal Matrix) اور A^7 کی قیمت معلوم کیجیے

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

13) ثابت کیجیے کہ اگر $0 < a < b < 1$ ہو تب $\frac{b-a}{1+a^2} > \tan^{-1} b - \tan^{-1} a > \frac{b-a}{1+b^2}$ اور نیز ثابت کیجیے کے

$$\frac{\pi}{4} + \frac{3}{25} < \tan^{-1}\frac{4}{3} < \frac{\pi}{4} + \frac{1}{6}$$

14) دی گی ماترس A (Matrix) کے لیے Row Space Column Space ' Row space کا اساس (Basis) ' A کا رتبہ (Rank of A) ' Null Space کا اساس (Basis) ' Nullity of A اور ساتھ ہی دکھایئے کہ ماترس A یہ Rank Nullity theorem کو مطمئن (Satisfy) کرے گا۔

$$A=\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 6 & 0 & -3 \\ 2 & -3 & -2 & 4 & 4 \\ 3 & -6 & 0 & 6 & 5 \\ -2 & 9 & 2 & -4 & -5 \end{bmatrix}$$

15) a) تکمیلہ (Integration) کو حل کیجیے۔

$$\int_{-c}^{c}\int_{-b}^{b}\int_{-a}^{a}(x^2+y^2+z^2)\ \ dxdydz$$

b) تکمیلہ (Integration) کی ترتیب بدل کر (By changing order of integration) حل کیجیے۔

$$\int_{0}^{\infty}\int_{x}^{\infty}\frac{e^{-y}}{y}\ dxdy$$

****