Maulana Azad National Urdu University

M.Sc (Mathematics) I Semester Examination, February 2022

Paper : MSMM103CCT : Ordinary Differential Equations

پرچہ :

Time : 3 hrs **Marks : 70**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات دو حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول اور حصہ دوم۔ ہر جواب کے لیے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 سوالات ہیں، اس میں سے طالب علم کو کوئی 08 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً سو(100) لفظوں پر مشتمل ہے ہر سوال کے لیے 05 نمبرات مختص ہیں۔ **(8 x 5 = 40 Marks)**
2. حصہ دوم میں 05 سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی 03 سوال کا جواب دینا ہے۔ سوال کا جواب تقریباً ڈھائی سو(250) لفظوں پر مشتمل ہے۔ سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ **(10x3 = 30 Marks)**

حصہ اول

1۔ حل کیجیے۔ $\left(D^2+a^2\right)Y = Cotax$

2۔ ثابت کیجیے کہ $x=\infty$ مندرجہ ذیل مساوات کا ریگولر سنگلور پوائنٹ (Regular Singular Point) ہے۔ $x^2y''+4xy'+2y=0$

3۔ Lipschitz Constant کی تعریف کیجیے۔ کسی ایسے تفاعل (Function) کی مثال دیجیے۔ جو Lipschitz Condition کو مطمئن (Satify) نہ کرتا ہو۔

4۔ حل کیجیے۔ $\left[D^2+2pD+\left(p^2+q^2\right)\right]y = e^{ax}$

5۔ حل کیجیے۔ $\left(D^2+4\right)y = Cos2x$

6۔ (i) ثابت کیجیے۔ (a) $P_n(1)=1$ (b) $P_n(-1)=(-1)^n$

(ii) $x^4+2x^3+2x^2-x-3$ کو Legendre Polynomial کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

7۔ دکھائیے کہ (-1,1) پر $f_1(x)=1$ اور $f_2(x)=x$ عمودی (Orthogonal) ہیں۔ مزید A اور B کی قدر معلوم کیجیے اگر (-1,1) پر $f_3(x)=1+Ax+Bx^2$، f_1 اور f_2 کے عمودی ہے۔

8۔ مثال دے کر سمجھائیے کہ Picard's Theorem کی Statement سے Lipschitz Conditions کو ہٹایا (Drop) نہیں جا سکتا ہے؟

9۔ مندرجہ ذیل کے لیے تمام Eigen Values اور Eigen Functions لکھیے۔

$$4(e^{-x}y')'+(1+\lambda)e^{-x}y=0,\ y(0)=0, y(1)=0$$

10۔ حل کیجیے۔ $(D^3-D^2-6D)y=x^2+1$

حصہ دوم

11۔ مندرجہ ذیل Boundary Value Problem کے لیے گرینس تفاعل (Green's Function) لکھیے۔

$y''-y=0,\ y(0)=y'(0)$ اور $y[L]+\lambda y'[L]=0$

12۔ حل کیجیے۔

(i) $(D^4-1)\ y=e^x Cosx$ (ii) $(D^2+a^2)\ y=Sinax+xe^{2x}$

13۔ Picard's Method سے مندرجہ ذیل مساوات کے حل کا Third Approximation حاصل کیجیے۔

$\frac{dy}{dx}=z,\ \frac{dz}{dx}=x^2z+x^2y$ ،

$y=5, z=1$ جب کہ $x=0$

14۔ مندرجہ ذیل کو سیریز میں حل کیجیے۔

$$\frac{d^2y}{dx^2}-2x\frac{dy}{dx}+2ny=0$$

15۔ سیریز میں حل کیجیے۔

$$(1-x^2)y''-2xy'+n(n+1)y=0$$

☆☆☆