Maulana Azad National Urdu University

M.Sc (Mathematics) III Semester Examination, February 2022

Paper : MSMM304CCT : Partial Differential Equations

پرچہ :

Time : 3 hrs **Marks : 70**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات دو حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول اور حصہ دوم۔ ہر جواب کے لیے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 سوالات ہیں، اس میں سے طالب علم کو کوئی 08 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً سو (100) لفظوں پر مشتمل ہے ہر سوال کے لیے 05 نمبرات مختص ہیں۔ **(8 x 5 = 40 Marks)**
2. حصہ دوم میں 05 سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی 03 سوال کا جواب دینا ہے۔ سوال کا جواب تقریباً ڈھائی سو (250) لفظوں پر مشتمل ہے۔ سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ **(10x3 = 30 Marks)**

حصہ اول

1۔ چارپیٹس طریقے (Charpit's Method) سے $z\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)=\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)$ کا Complete Integral معلوم کرو۔

2۔ حل کرو $x\frac{\partial z}{\partial x}-y\frac{\partial z}{\partial y}=xy$ ۔

3۔ حل کرو $y^2\frac{\partial z}{\partial x}+x^2\frac{\partial z}{\partial y}=x^2y^2z^2$ ۔

4۔ حل کرو $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=x^2$ ۔

5۔ حل کرو $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=e^{x+2y}$ ۔

6۔ $u(x,y)$ کو معلوم کرو جبکہ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ ہے اور جسکے Boundary Conditions (i) $u\to 0\ as\ x\to\infty$ اور (ii) $u(x,0)=u(x,a)=0$ ہیں۔

7۔ $\frac{\partial u}{\partial x}-4\frac{\partial u}{\partial y}=0$ کو متغیروں کے جداپذیر طریقے (Method of Separation of Variables) سے حل کرو جہاں $u(0,y)=8e^{-3y}$ ہے۔

8۔ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial u}{\partial t}$ کو متغیروں کے جداپذیر طریقے (Method of Separation of Variables) سے حل کرو جہاں

(i) $u\to 0\ as\ t\to\infty$ اور (ii) $u=\sum_n C_n\cos nx,\ for\ t=0$ ۔

9۔ ایک ابعادی موجی مساوات (One Dimensional Wave Equation) کا D'Alembert حل معلوم کرو۔

10۔ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{1}{k}\frac{\partial u}{\partial t}$ کو متغیروں کے جداپذیر طریقے (Method of Separation of Variables) سے حل کرو۔

حصہ دوم

11۔ حل کرو $\cos(x+y)\frac{\partial z}{\partial x}+\sin(x+y)\frac{\partial z}{\partial y}=z$ ۔

12۔ بتلاؤ کہ دی گئی مساواتیں $x\frac{\partial z}{\partial x}=y\frac{\partial z}{\partial y}$ اور $z\left(x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}\right)=2xy$ Compatible ہیں اور اس کا حل بھی معلوم کرو ۔

13۔ مساوات $3\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right)+10\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right)+3\left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right)=0$ کو Canonical شکل میں لکھو اور حل معلوم کرو ۔

14۔ Laplace مساوت کا Cylindrical Coordinates میں حل معلوم کرو۔

15۔ دوابعادی موجی مساوت (Two Dimensional Wave Equation) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ کو متغیروں کے جداپذیر طریقے (Method of Separation of Variables) سے دی گئی شرائط (Conditions) $x=0,\ x=a,\ y=0,\ y=b$ کے تحت حل کرو۔