

BSMM401CCT - Real Analysis حقیقی تجزیہ

Time : 3 hrs

Marks : 70

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لیے لفظوں کی تعداد اشارہ ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/خالی جگہ پر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔
 (10 x 1 = 10 Marks)

2. حصہ دوم میں 8 سوالات ہیں، اس میں سے طالب علم کو کوئی 05 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دو سو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 06 نمبرات مختص ہیں۔
 (5 x 6 = 30 Marks)

3. حصہ سوم میں 5 سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی 03 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو (500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔
 (3 x 10 = 30 Marks)

حصہ - اول

سوال نمبر 1

(i) ذیل کا کونسا سٹ باؤنڈڈ (Bounded) ہے۔

(a) \mathbb{N} (b) \mathbb{Z} (c) \mathbb{Q} (d) $\left\{ \frac{1}{n} / n \in \mathbb{N} \right\}$

(ii) _____ ہوگا۔ $= \bigcup_{n=1}^{\infty} \left[1 + \frac{1}{n}, 3 - \frac{1}{n} \right]$

(a) (1,3) (b) [1,3] (c) (1,3] (d) [1,3)

(iii) کسی ایسے سٹ (Set) کی مثال دو جو نہ open ہے نہ closed۔

(iv) تواتر (Sequence) $\left\{ \frac{1}{n} \right\}_{n=1}^{\infty}$ Convergent ہے۔ (صحیح/غلط)

(v) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ مستدق (Convergent) ہوگا اگر

(a) $P < 1$ (b) $P = 1$ (c) $P > 1$ (d) کوئی بھی نہیں

(vi) اگر $x \neq 3$ $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ $f(3) = 6$ ہو تب $x = 3$ پر f

(a) Continuous ہے (b) Removable discontinuity رکھتا ہے

(c) discontinuity of first kind رکھتا ہے (d) کوئی بھی نہیں

(vii) ہر Continuous 'differentiable function ہوگا۔ (صحیح/غلط)

(viii) Cauchy mean value کے نظریہ کا بیان لکھو۔

(ix) اگر $f(x) = x$ ہو $\forall x \in [0,1]$ کے لیے تب $P = \{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$ کے لیے $U(P, f)$ ہے۔

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{3}{4}$

(x) ہر monotonic function، تکمیل پذیر (integrable) ہے۔ (صحیح/غلط)

حصہ - دوم

-2 Archimedean Property کو بیان اور ثابت کرو۔

-3 کسی سٹ کے انتہائی نقطہ (limit point) کی تعریف کرو۔ نیز (i) $A = \left\{ \frac{1}{n} / n \in N \right\}$ (ii) $B = \left\{ a + \frac{1}{n} / n \in N \right\}$

کے Limit Points معلوم کرو۔

-4 ثابت کرو کہ (i) $\left\langle S_n = 2 - \frac{1}{2^{n-1}} \right\rangle$ Convergent ہوگا۔

-5 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n(n+1)(n+2)}$ کے Convergence کی جانچ کرو۔

-6 بتاؤ کہ $f(x) = \frac{x-1|x|}{x}$ ($x \neq 0$) اور $f(0) = 2$ ، $\mathbb{R} - \{0\}$ کے ہر نقطے پر Continuous ہے۔

-7 $f(x) = e^x$ کے Expansion کے طریقے کو بتاؤ۔

-8 بتاؤ کہ ہر Continuous function 'Riemann Integrable' ہے۔

-9 ثابت کرو کہ $f(x) = x^2$ ، $[0, a]$ پر integrable ہے اور

حصہ - سوم

-10 Bolzano Weirstrass کے نظریہ کو بیان اور ثابت کرو۔

-11 Convergence کی جانچ کرو:

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$ (ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ ($x > 0$) (iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$

-12 Uniformly Continuity کی تعریف کرو۔ ایک مثال دو۔ ثابت کرو کہ ہر Continuous 'Uniformly Continuous Function' ہے۔

ہوگا۔

-13 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ $\forall x \in [1,2]$ کے لیے Role's Mean Value کے نظریہ کی جانچ کیجیے نیز 'C' معلوم کرو۔

14 اگر $fg \in R(a, b)$ ہو تب (i) $f^2 \in R[a, b]$ (ii) $fg \in R[a, b]$ ہو گئے۔

☆☆☆