Maulana Azad National Urdu University

B.Sc : (BSMM101CCT) I Semester Examination - December - 2019

Paper : Calculus

پرچہ : کیالکولس

Time : 3 hrs **Marks : 70**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات / خالی جگہ پُر کرنا / مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. حصہ دوم میں آٹھ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 6 نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. حصہ سوم میں پانچ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو (500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ اول

سوال نمبر 1۔

(i) $\cosh x + \sinh x = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(a) e^{x} (b) e^{-x} (c) 1 (d) -1

(ii) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x^2}{\ln x} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(a) 0 (b) 1 (c) 3 (d) ان میں سے کوئی نہیں

(iii) $\dfrac{d^n}{dx^n}\left[\sin(ax+b)\right] = \ldots\ldots\ldots$

(a) $a^n \sin\left(ax+b+\dfrac{n\pi}{2}\right)$ (b) $a^n \cos(ax+b)$ (c) $a^n \cos\left(ax+b+\dfrac{n\pi}{2}\right)$ (d) $a^n \sin(ax+b)$

(iv) $\displaystyle\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \ldots\ldots\ldots$

(a) $f(x)+k$ (b) $\log|f(x)|+k$ (c) $x+k$ (d) $x-k$

(v) $\displaystyle\int \sec^n x\,dx = \ldots\ldots\ldots$

(a) $\dfrac{\sec^{n-2} x \tan x}{n-1} + \dfrac{n-2}{n-1}\displaystyle\int \sec^n x\,dx$ (b) $\dfrac{\sec^{n-2} x \tan x}{n-1} + \dfrac{n-2}{n-1}\displaystyle\int \sec^{n-1} x\,dx$

(c) $\dfrac{\sec^{n-2} x \tan x}{n-1} + \dfrac{n-2}{n-1}\displaystyle\int \sec^{n-2} x\,dx$ (d) ان میں سے کوئی نہیں

(vi) Astroid $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ کی parametric equations--------ہے

(a) $x=a\cos\theta, y=a\sin\theta$ (b) $x=a\cos^2\theta, y=a\sin^2\theta$

(c) $x=a\cos^3\theta, y=a\sin^3\theta$ (d) ان میں سے کوئی نہیں

(vii) منحنی(curve) $r=a$ کا perimeter ---------- ہے

(a) $2\pi a$ (b) $2\pi a^2$ (c) πa^2 (d) πa

(viii) اس حجم(volume) کو معلوم کرو جو x-محور (x-axis) پر گردش(revolution) سے تکوین(generated) ہوتا ہے اور وہ منحنی(curve) $y=f(x)$ اور دو معین(ordinates) $x=a, x=b$ سے بستہ(bounded) ہے

(a) $\frac{1}{2}\int_a^b y^2\,dx$ (b) $\int_a^b y^2\,dx$ (c) $\frac{\pi}{2}\int_a^b y^2\,dx$ (d) $\pi\int_a^b y^2\,dx$

(ix) اگر $R(t)=\cos t\,\hat{i}+\sin t\,\hat{j}+t^3\hat{k}$ ہو تب $\frac{dR}{dt}=$...........

(x) اگر $R(t)=\hat{i}+3t^2\,\hat{j}-t^3\hat{k}$ ہو تب $\int R(t)\,dt=$..........

حصہ دوم

(2) منحنی(curve) $x^3-2y^3+2x^2y-xy^2+xy-y^2+1=0$ کے متقارب (asymptotes) معلوم کرو۔

(3) اگر $y=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$ ہو تو ثابت کرو $(1+x^2)y_{n+2}+(2n+1)xy_{n+1}+n^2y_n=0$ ۔

(4) اگر $I_n=\int_0^{\pi/4}\tan^n x\,dx,$ ہو تو ثابت کرو کہ $I_n+I_{n-2}=\frac{1}{n-1}$ ہے اور I_5 کی قیمت معلوم کرو۔

(5) $\int_0^{2a}\frac{x^{9/2}}{\sqrt{2a-x}}\,dx$ کو اخذ (evaluate) کرو۔

(6) Ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ کو x-axis پر گھمانے پر حاصل ٹھوس (solid) کا حجم (volume) معلوم کرو۔

(7) Curve $x=a(\theta+\sin\theta), y=a(1-\cos\theta)$ کی لمبائی (length) معلوم کرو۔

(8) اگر $R(t)=\cos\omega t\hat{i}+\sin\omega t\hat{j}$ اور ω ایک constant ہو، تب ثابت کرو

(i) $\frac{d^2R}{dt^2}+\omega^2R=0$ (ii) $R\times\frac{dR}{dt}=\omega\hat{k}$

(9) اگر ایک ذرہ (particle) وقت t میں منحنی (curve) $x=t^3+1,\ y=t^2,\ z=2t+5$ پے بڑھتا ہو تب $t=1$ پر سمت (direction) $i+j+3k$ میں رفتار (velocity) اور اسراع (acceleration) کے اجزا (components) معلوم کرو۔

حصہ سوم

(10) منحنی (curve) $(x^2+y^2)x-a(x^2-y^2)=0,\ (a>0)$ کو ترسیم (trace) کرو۔

(11) منحنی (curve) $r=a(1-\cos\theta)$ کو ترسیم (trace) کرو۔

(12) اگر $I_{m,n}=\int_0^{\pi/2}\sin^m x\cos^n x\,dx,\ (m,n\in\mathbb{Z}^+,m,n>1)$ تب ثابت کرو کہ $I_{m,n}=\frac{n-1}{m+n}I_{m,n-2}$ ۔ نیز بتلاؤ کہ

$\int_0^1 x^6\sqrt{1-x^2}\,dx=\frac{5\pi}{256}$ ۔

(13) اس ٹھوس (solid) کی سطح (surface) معلوم کرو جو x-axis پر منحنی (curve) $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$ کی گردش (revolution) سے بنتی ہو۔

(14) کیپلرس کے دوسرے کلیے (Kepler's Second law) کو بیان اور ثابت کرو۔

☆ ☆ ☆