Maulana Azad National Urdu University
B.Sc. (MPC/MPCs) III Semester Examination - January - 2021

BSMM301CCT - Algebra الجبرا

Time : 3 hrs **Marks : 70**

ہدایات:

یہ پرچۂ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لیے لفظوں کی تعداد اشارۃ ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. حصہ دوم میں 8 سوالات ہیں، اس میں سے طالب علم کو کوئی 05 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دو سو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 06 نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. حصہ سوم میں 5 سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی 03 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو (500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ ۔ اول

سوال نمبر 1

(i) گروپ $G = \{1,2,3,4\}, \times 5$ میں '3' کا inverse ________ ہے۔

(a) 2 (b) 4 (c) 1 (d) ان میں کوئی بھی نہیں

(ii) Cyclic Group $(G = \{1,-1,i,-i\}.)$ کا جنریٹر .... ہے۔

(iii) Transposition کی تعریف کرو۔

(iv) اگر O(G)=8 ہو تب G کے کتنے generators ہوں گے۔

(a) 3 (b) 4 (c) 2 (d) 1

(v) $(Z,+...)$ ایک integral domain ہے۔ (صحیح/غلط)

(vi) اگر $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ ہو تب $f^2 =$ ________ ہے۔

(vii) ذیل میں سے کونسا میدان (field) ہے۔

(a) $(\mathbb{Z},+,.)$ (b) $(\mathbb{N},+,.)$ (c) $(\mathrm{W},+,.)$ (d) $(\mathbb{R},+,.)$

(viii) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 5 & 4 & 6 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ طاق (odd) ہے۔ یا جفت (Even)؟

(ix) Ideal کی ایک مثال دو۔

(x) $R = \{0,1,2,3,4,5\} +_6, X_6$ کے Zero Divisors ________ ہیں۔

حصہ ۔ دوم

2۔ گروپ کی تعریف کرو۔ایک مثال دو۔

3۔ تحت گروپ(Subgroup) کی تعریف کرو۔اگر H_1، H_2 گروپ G کے دو Subgroups ہوں تب ثابت کرو کہ $H_1 \cap H_2$ بھی G کا Subgroup ہے۔

4۔ Cyclic Group کی تعریف کرو۔ثابت کرو کہ ہر Cyclic گروپ Abelian ہوگا۔

5۔ ذیل کے کونسے Permutations‘ Even یا Odd ہیں۔

(a) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 5 & 7 & 6 & 1 & 4 & 9 & 8 \end{pmatrix}$ (b) $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 2 & 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 9 & 8 \end{pmatrix}$

6۔ Integral Domain کی تعریف کرو ایک مثال دو۔

7۔ اگر I_1، I_2 رنگ R کے دو Ideal ہوں تب بتلاؤ کہ $I_1 \cap I_2$ بھی R کا Ideal ہوگا۔

8۔ اگر $f'' G \to G^1$ ایک ہم مارفیت (Homomorphism) ہو تب ثابت کرو کہ

(i) $f(e) = e^1$

(ii) $f(a^{-1}) = [f(a)]^{-1}$ ہیں۔

جہاں e، e^1، G، G^1 کے اکائی عنصر ہیں۔

9۔ میدان (Field) کی تعریف کرو۔ بتلاؤ کہ ہر Field ایک Integral Doman ہوگا۔

حصہ ۔ سوم

10۔ گروپس میں Homomorphism کے Kernel کی تعریف کرو۔ اگر $f: G \to G^1$ ایک Homomorphism ہے، جس کا Kernel، K ہو تب ثابت کرو کہ K، G کا Normal Sub Group ہے۔

11۔ Lagrange کے نظریہ کو بیان اور ثابت کرو۔

12۔ بتلاؤ کہ $+_{10}, X_{10}$ $R = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ ایک Field ہے۔

13۔ Left Ideal، Right Ideal، Ideal کی تعریف کرو، نیز بتلاؤ کہ

(a) $I_1 = \left\{ \begin{bmatrix} p & q \\ o & o \end{bmatrix} / p, q \in \mathbb{Z} \right\}$ ، $\left(R = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} / a,b,c,d \in \mathbb{Z} \right\}, +, \cdot \right)$ کا Right Ideal ہے۔ اور

(b) $I_2 = \left\{ \begin{bmatrix} r & o \\ s & o \end{bmatrix} / r, s \in \mathbb{Z} \right\}$ ، $\left(R = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} / a,b,c,d \in \mathbb{Z} \right\}, +, \cdot \right)$ کا Left Ideal ہے۔

14۔ اگر $f: R \to R^1$ ایک Ring Homomophism ہے، تب f کے Kernel کی تعریف کرو۔ثابت کرو کہ f کا Kernel‘ R کا Ideal ہوگا۔

☆☆☆