

(vi) ایک function کے differential کی تعریف کرو۔

(vii) Integral equation کی تعریف کرو۔

(viii) Symmetric Kernel کی تعریف کرو۔

$$f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t) \varphi(t) dt = 0 \quad \text{Integral equation} \quad (ix)$$

Fredholm IE of second kind (b) Fredholm IE of first kind (a)

Volterra IE of second kind (d) Volterra IE of first kind (c)

(x) اگر ایک symmetric kernel ہے، تو اس کی تمام iterated kernels بھی symmetric ہیں۔ (صحیح/غلط)

حصہ دوم

(2) فنکشنل (Functional) $\int_0^1 \{1 + (y'')^2\} dx$ ، $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$; $y(1) = 1$, $y'(1) = 1$ کا extremal معلوم کرو۔

(3) فنکشنل (Functional) $\int_1^2 \frac{\{1 + (y')^2\}^{1/2}}{x} dx$ ، $I[y(x)] = \int_1^2 \frac{\{1 + (y')^2\}^{1/2}}{x} dx$ کا extremal معلوم کرو۔

(4) فنکشنل (Functional) $\int_0^{\pi/2} (y'^2 + z'^2 + 2yz) dx$ ، $I[y(x), z(x)] = \int_0^{\pi/2} (y'^2 + z'^2 + 2yz) dx$ کے extremals معلوم کرو جبکہ

Boundary conditions $y(0) = 0$, $y(\pi/2) = -1$; $z(0) = 0$, $z(\pi/2) = 1$ ہیں۔

(5) فنکشنل (Functional) $\iint_D \left\{ \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy$ کے لئے Ostrogradsky equation لکھیے۔

(6) ثابت کرو کہ مساوات $I[y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y') dx$ کے extremum کے لئے ضروری شرط (necessary condition)

$$\delta I = \delta \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y') dx = 0$$

(7) بتلاؤ کہ function $\varphi(x) = \frac{1}{(1+x^2)^{3/2}}$ ، Integral equation $\varphi(x) = \frac{1}{1+x^2} - \int_0^x \frac{t}{1+x^2} \varphi(t) dt$ کا حل

ہے۔

(8) IVP $y'' + y = 0$ ، $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ کو Integral equation میں تبدیل کرو۔

(9) $\varphi(x) = \cot x + \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \tan t \varphi(t) dt$ کا حل معلوم کرو۔

حصہ سوم

(10) Euler's مساوات کو اخذ کرو۔

(11) نقطہ $P(1,0)$ (Point) اور ellipse $4x^2 + 9y^2 = 36$ کے درمیان shortest distance معلوم کرو۔

(12) دائرہ $x^2 + y^2 = 1$ (Circle) اور خط $x + y = 4$ (straight line) کے درمیان shortest distance معلوم کرو۔

(13) Integral equation کے eigen values اور eigen functions معلوم کرو۔
 $\varphi(x) = \lambda \int_0^{2\pi} \sin(x+t) \varphi(t) dt$

کرو۔

(14) Seccessive approximation کے طریقہ کو استعمال سے Integral equation

$$\varphi(x) = 1 + \int_0^x (x-t) \varphi(t) dt, \quad \varphi_0(x) = 0$$

کا حل معلوم کرو۔

☆☆☆