

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارہ ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات / خالی گلہ پر کرنا / مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ (10 x 1 = 10 Marks)

2. حصہ دوم میں آٹھ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دو سو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 6 نمبرات مختص ہیں۔ (5 x 6 = 30 Marks)

3. حصہ سوم میں پانچ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو (500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ (3 x 10 = 30 Marks)

حصہ اول

سوال نمبر 1 -

(i) فنکشنل (Functional) کی تعریف کرو۔

(ii) $\int_a^b f(x, y) dx$ فارم (form) کے لئے Euler (Functional) کی مساوات ہے۔

(a) $f_{y'} = c$ (b) $f_y - y' f_{y'} = c$ (c) $f_y = c$ (d) ان میں سے کوئی نہیں

(iii) $\int_a^b f(x, y') dx$ فارم (form) کے لئے Euler (Functional) کی مساوات ہے۔

(a) $f_{y'} = c$ (b) $f_y - y' f_{y'} = c$ (c) $f_y = c$ (d) ان میں سے کوئی نہیں

(iv) $\frac{d}{dx} \left[\frac{dy}{dx} \right] = 0$ کا Brachistochrone problem ہے۔

a straight line (d) a cycloid (c) a catenary (b) a circle (a)

(v) ذیل کا کوئی بند کا نویکس مخفی (greatest possible area) طول L والے جو عظیم ترین رقبہ (closed convex curve)

رکھتا ہے

a straight line (d) a cycloid (c) a catenary (b) circle (a)

ایک کے differential function کی تعریف کرو۔ (vi)

Integral equation کی تعریف کرو۔ (vii)

Symmetric Kernel کی تعریف کرو۔ (viii)

$$\int_a^b f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t) \varphi(t) dt = 0 \quad \text{Integral equation} \quad (\text{ix})$$

Fredholm IE of second kind (b) Fredholm IE of first kind (a)

Volterra IE of second kind (d) Volterra IE of first kind(c)

اگر ایک symmetric پھی iterated kernels ہے تو اس کی تمام symmetric kernel معلوم کرو۔ (جگہ غلط) (x)

حصہ دوم

$$\text{functional} \leftarrow \text{extremal} \text{ کے } y(0)=0, y'(0)=1; y(1)=1, y'(1)=1 \text{ معلوم کرو۔} \int_0^1 \left\{ 1 + (y'')^2 \right\} dx, \quad (\text{Functional}) \quad (2)$$

$$\text{functional} \leftarrow \text{extremal} \text{ کے } y(1)=0, y(2)=1, I[y(x)] = \int_1^2 \frac{\left\{ 1 + (y')^2 \right\}^{1/2}}{x} dx \quad (\text{Functional}) \quad (3)$$

$$\text{functional} \leftarrow \text{extremals} \text{ کے } I[y(x), z(x)] = \int_0^{\pi/2} (y'^2 + z'^2 + 2yz) dx, \quad (\text{Functional}) \quad (4)$$

- Boundary conditions $y(0)=0, y(\pi/2)=-1; z(0)=0, z(\pi/2)=1$

$$\text{functional} \leftarrow \text{Ostrogradsky equation} \text{ کے } I[z(x,y)] = \iint_D \left\{ \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy \quad (\text{Functional}) \quad (5)$$

$$\text{شاید کرو کہ مساوات} \leftarrow \text{extremum} \text{ کے لئے ضروری شرط} (necessary condition) \leftarrow I[y(x)] = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y') dx \quad (6)$$

$$\delta I = \delta \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y') dx = 0$$

$$\text{عملیات} \leftarrow \varphi(x) = \frac{1}{1+x^2} - \int_0^x \frac{t}{1+t^2} \varphi(t) dt \quad \text{Integral equation}, \quad \varphi(x) = \frac{1}{(1+x^2)^{3/2}} \quad \text{function} \quad (7)$$

$$\text{Integral equation} \leftarrow y(0)=0, y'(0)=1, y''+y=0 \quad \text{IVP} \quad (8)$$

$$\varphi(x) = \cot x + \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \tan t \varphi(t) dt. \quad (9)$$

Euler's مساوات کو اخذ کرو۔ (10)

نقطہ ellipse کے درمیان shortest distance $4x^2 + 9y^2 = 36$ اور $P(1,0)$ (Point) معلوم کرو۔ (11)

دائرہ straight line کے درمیان shortest distance $x + y = 4$ اور خط $x^2 + y^2 = 1$ (Circle) معلوم کرو۔ (12)

eigen functions اور eigen values $\varphi(x) = \lambda \int_0^{2\pi} \sin(x+t) \varphi(t) dt$ Integral equation معلوم کرو۔ (13)

کرو۔

Integral equation کے طریقہ کو استعمال سے Seccessive approximation (14)

$\varphi(x) = 1 + \int_0^x (x-t) \varphi(t) dt$, $\varphi_0(x) = 0$ معلوم کرو۔

