

**Maulana Azad National Urdu University**  
**B.Sc. (MPC/MPCs) V Semester Examination - January - 2021**

**BSMM501DST : Multivariate Calculus (DSE)**

Time : 3 hrs

Marks : 70

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لیے لفظوں کی تعداد اشارہ ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/خالی جگہ پر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔  
(10 x 1 = 10 Marks)

2. حصہ دوم میں 8 سوالات ہیں، اس میں سے طالب علم کو کوئی 05 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دو سو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 06 نمبرات مختص ہیں۔  
(5 x 6 = 30 Marks)

3. حصہ سوم میں 5 سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی 03 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو (500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔  
(3 x 10 = 30 Marks)

**حصہ - اول**

سوال نمبر 1

- (i) دو Variable کے فنکشن کی تعریف کریں۔
- (ii)  $f_x(x, y)$  کا لیمٹ (limit) فارمولہ لکھیے۔
- (iii) دو Variable  $x$  اور  $y$  کے فنکشن کے پہلے Partial ڈیریویٹو (Derivative) کی تعریف کریں۔
- (iv) دو Variable کے فنکشن کے Gradient کی تعریف کریں۔
- (v) Relative Extrema اور Saddle پوائنٹس کہ دوسرے Partial test کو بیان کریں۔
- (vi) Double Integral کی تعریف کریں۔
- (vii) Lagrange Multipliers کے طریقہ کی وضاحت کریں۔
- (viii)  $\iiint_Q f(x, y, z) dv$  کی Iterated فارم Sphere کے لیے لکھیے۔
- (ix) Vector field کے Curl کی تعریف کریں۔
- (x) Flux Integral کی تعریف کریں۔

**حصہ - دوم**

-2  $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$  کو حل کریں۔

-3 بتلاؤ کہ  $f(x, y, z) = xyz + x^2 y^3 z^4$  کے لیے  $f_{xyz} = f_{yzx} = f_{zyx}$  برابر ہوگا۔ (Show that)

4- Tangent پلین (plane) کی سرفیس (Surface)  $Z = \tan^{-1}\left(\frac{y}{z}\right)$  کی پائنٹ پر  $P_0\left(1, \sqrt{3}, \frac{\pi}{3}\right)$  Equation معلوم کریں۔

5-  $P\left(\frac{-3}{4}, 0\right)$  سے  $Q(0, 1)$  کی سمت (Direction) میں پائنٹ  $\left(\frac{-3}{4}, 0\right)$  پر  $f(x, y) = 3x^2 - 2y^2$  فنکشن کے لیے

Directional Derivative معلوم کریں۔

6-  $\int_1^2 \left[ \int_1^x (2x^2y^{-2} + 2y) dy \right] dx$  کی قیمت معلوم کریں۔

7- فرض کرو کہ دو Circles  $x^2 + y^2 = 1$  اور  $x^2 + y^2 = 5$  کے بیچ کا annular خطہ R (region) ہے۔  $\iint_R (x^2 + y) dA$

کی قیمت معلوم کریں۔

8-  $\int_C (x^2 - y + 3z) ds$  کی قیمت معلوم کریں جہاں C پائنٹ  $(0, 0, 0)$  سے  $(1, 2, 1)$  تک ایک لائن Segment ہے۔

9- گرینس (Green's) تھیورم کو بیان اور ثابت کریں۔

### حصہ - سوم

10- ثابت کرو کہ اگر  $x$  اور  $y$  کا فنکشن  $(x_0, y_0)$  پر differentiable ہو تو وہ  $(x_0, y_0)$  پر Continuous بھی ہوگا۔

11-  $f(x, y) = -4xy$  جہاں  $x > 0, y > 0$  ہو تو  $f(x, y)$  کی maximum قدر (value) معلوم کریں رکاوٹوں کے تابع

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1 \text{ (s.t. the constraints)}$$

12- فرض کرو کہ سرفیس S اس پلین (Plane)  $x + y + z = 1$  کا Portion ہے جو کہ پہلے Octant میں lie کرتی ہے اور فرض کرو کہ

Surface کی وہ Boundary ہے جو Counter Clock Wise ہے اگر اوپر سے دیکھا جاتا ہے۔ سرفیس S اور ویکٹر فیلڈ (field)

$$F = \frac{-3}{2}y^2i - 2xyj + yzk$$

کے لیے Stokes's تھیورم کی تصدیق (verify) کریں۔

13- Triple Integral 'Volume کا ellipsoid  $4x^2 + 4y^2 + Z^2 = 16$  کے طریقے سے معلوم کریں۔

14- Divergence تھیورم کو ثابت اور بیان کریں۔

☆☆☆