

# مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی

M.Sc. Mathematics

II Semester Exams : September 2021

MSMM201DST : Complex Analysis

Total Time : 3 hrs

Total Marks : 70

## ہدایات:

یہ پرچہ سوالات دو حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول اور حصہ دوم۔ ہر جواب کے لیے لفظوں کی تعداد اشارہ ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 سوالات ہیں، اس میں سے طالب علم کو کوئی 08 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً سو (100) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 05 نمبرات مختص ہیں۔  
(8 x 5 = 40 Marks)
2. حصہ دوم میں 05 سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی 03 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دو سو پچاس (250) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔  
(3 x 10 = 30 Marks)

## حصہ اول

1.  $\lim_{z \rightarrow 2e^{\pi i/3}} \frac{z^3 + 8}{z^4 + 4z^2 + 16}$  کو اخذ (Evaluate) کرو۔
2. کوشی ریمان مساواتیں (Cauchy-Riemann equations) کو پولر شکل (polar form) میں حاصل کرو۔
3. بتاؤ کہ  $f(z) = xy + iy$  ہر جگہ continuous (everywhere) ہے لیکن analytic نہیں ہے۔
4.  $\int_0^{1+i} z^2 dz$  کو اخذ (Evaluate) کرو۔
5. Cauchy Integral فرمولے کے استعمال سے  $\int_{|z|=3} \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz$  کو اخذ (Evaluate) کرو۔
6. Maximum Modulus Theorem کو بیان اور ثابت کرو۔
7. کوشی ریسیڈیو تھیورم (Cauchy's Residue Theorem) کو بیان اور ثابت کرو۔
8.  $w = f(z)$  کے conformal mapping ہونے کی sufficient condition کو بیان اور ثابت کرو۔
9. Bilinear transformation تلاش کریں جو نقطہ  $z = \infty, i, 0$  کو نقطہ  $w = 0, i, \infty$  میں نقش کرتا ہے۔
10. استحالہ (transformation)  $w = 1/z$  میں لامحدود پٹی (infinite strip)  $1/4 < y < 1/2$  کا عکس (image) معلوم کرو۔

## حصہ دوم

11. اگر  $u(x, y) = e^x (x \cos y - y \sin x)$  ہو تب بتاؤ کہ  $u$  harmonic ہے اور analytic function

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y) \text{ معلوم کرو۔}$$

12. Taylor's Theorem کو بیان اور ثابت کرو۔

13.  $\int_0^{\pi} \frac{a d\theta}{(a^2 + \sin^2 \theta)}$ , ( $a > 0$ ) کو اخذ کرو (Evaluate)۔

14.  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin \pi x}{x^2 + 2x + 5} dx$  کو اخذ (Evaluate) کرو۔

15.  $w = \frac{3z-4}{z-1}$  کے fixed points اور Normal form معلوم کرو۔ (i)

(ii) استعمال (transformation)  $w = \sin z$  میں لاکھو دپٹی (infinite strip)  $-\pi/2 < \text{Re}(z) < \pi/2$  کا عکس (image)

معلوم کرو۔

☆☆☆