

مولانا آزاد نیشنل اردو یونیورسٹی حیدرآباد۔

Maulana Azad National Urdu University, Hyderabad.

B.Tech. Ist year

Ist Semester Examinations March-April 2021

BTCS101BST: Engineering Mathematics-I

کل نمبرات: 70

وقت: 3 گھنٹے۔

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اوّل، حصہ دوّم اور حصہ سوّم۔

ہر جواب کے لیے لفظوں کی تعداد اشارہ ہے تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

(1) حصہ اوّل میں 10 لازمی سوالات ہیں، جو کہ معروضی سوالات / خالی جگہوں پر کرنا / مختصر جواب والے سوالات ہیں، ہر سوال کا جواب لازمی ہے اور ہر

سوال کے لیے 1 نمبر ہے۔ (10x1=10)

(2) حصہ دوّم میں 08 سوالات ہیں، اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں ہر سوال کا جواب تقریباً (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر

سوال کے لیے 6 نمبرات مختص ہیں۔ (5x6=30 marks)

(3) حصہ سوّم میں 5 سوالات ہیں، اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں ہر سوال کا جواب تقریباً (500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر

سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ (10x3=30)

(حصہ - اوّل)

سوال 1: تمام سوالات کے جوابات دیجیئے۔ ہر سوال کے لئے 1 نمبر مختص ہے۔ (1 x 10 = 10)

i. Basis of a vector space کسے کہتے ہیں۔

ii. ماترِس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ (Matrix) A کا رتبہ (Rank) معلوم کیجیئے۔

iii. اگر $T: R^2 \rightarrow R^3$ یہ ایک خطی استحالہ (Linear Transformation) اس طرح سے ہے کہ

$T(x, y) = (2x - y, -8x + 4y)$ تو ان میں سے کونسا 'Vector' Ker(T) میں ہوگا۔

(3,2) (a) (5,10) (b) (1,1) (c)

iv. $T_1(x, y) = (2x, 3y)$, $T_2(x, y) = (x - y, x + y)$ معلوم کیجئے جبکہ $T_2 \circ T_1(x, y)$

v. Taylor Series کا ضابطہ (formula) مبدے پر (about origin) لکھیئے۔

vi. اگر $f(x, y)$ یہ ایک n درجی Homogenous function ہو تو اس کے لیے Euler's formula لکھیئے۔

vii. دکھائیئے کہ vectors $v_1 = (-3, 7)$, $v_2 = (5, 5)$ یہ Linearly Independent ہیں۔

viii. Linear transformation کی تعریف (Definition) لکھیئے۔

ix. $\frac{d^n}{dx^n} \cos(ax + b) = \dots \dots \dots$

x. Gamma function کی تعریف لکھیئے۔

(حصہ دوّم)

سوال: درجہ ذیل سوالات میں سے کوئی 5 سوالات کے جوابات دیجیئے۔ ہر سوال کے لئے 6 نمبر مختص ہے۔ (6x5=30)

(2) دکھائیے کہ ماتریس A (Matrix) یہ Cayley Hamilton Theorem کو مطمئن (Satisfy) کرے گی

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

(3) دیئے گئے ہمزاد خطی مساواتوں کے نظام (System of Simultaneous Linear Equations) کا حل a اور b کی کن کن

قیمتوں پر (a) صرف ایک حل (Unique Solution) (b) کئی حل (Infinitely Many Solutions)

(c) کوئی حل نہیں (No Solution) حاصل ہوں گئے۔

$$x + ay + z = 3, \quad x + 2y + 2z = b, \quad x + 5y + 3z = 9$$

(4) دکھائیے کہ دیا گیا تفاعل (function) $f(x) = \log \left[\frac{x^2+ab}{x(a+b)} \right], [a, b]$ Rolle's theorem کی تمام شرائط کو مطمئن کرتا ہے۔

(5) Leibnitz Theorem کا استعمال کر کے ثابت کیجیے کہ اگر $y = e^{m \cos^{-1} x}$ تو

$$(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - (n^2 + m^2)y_n = 0$$

(6) دی گئی ماتریس A (Matrix) کے Eigen values اور Eigen vectors معلوم کیجیئے۔

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(7) فرض کرو کہ $S = \{v_1, v_2, v_3\}$ یہ R^3 کا اساس (Basis) ہے جہاں پر

$$v_1 = (1,1,1), v_2 = (1,1,0), v_3 = (1,0,0)$$

اور $T: R^3 \rightarrow R^2$ یہ ایک خطی استحالہ (Linear Transformation) اس طرح ہے کہ

$$T(v_1) = (1,0), T(v_2) = (2, -1), T(v_3) = (4,3)$$

تو $T(x, y, z)$ کے لیے ضابطہ (Formula) اخذ کیجیئے۔

(8) دکھائیے کہ vector $w = \begin{bmatrix} 6 & -8 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$ کو $\{v_1, v_2, v_3\}$ کے linear combination میں لکھ سکتے ہیں۔ جہاں پر

$$v_1 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

(9) اگر $u = x^2 + y^2 + z^2$ اور $x = e^{2t}, y = e^{2t} \cos 3t, z = e^{2t} \sin 3t$ تو $\frac{du}{dt}$ معلوم کیجیئے۔

(حصہ - سوم)

سوال: درجہ ذیل سوالات میں سے کوئی 3 سوالات کے جوابات دیجیے۔ ہر سوال کے لئے 10 نمبر مختص ہے۔ (10x3=30)

$$(10) \text{ اگر } u = \sin^{-1} \frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \text{ تو } x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \text{ معلوم کیجئے۔}$$

(11) دی گئی ماتریس A (Matrix) کے لیے Modal Matrix اس کی وتری ماتریس (Diagonal Matrix) اور A^5 کی قیمت معلوم

کیجئے

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -2 \\ -3 & 4 & 0 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(12) دی گئی ماتریس A (Matrix) کے لیے Row Space 'Row space' کا اساس (Basis) A کا رتبہ (Rank of A) Null

Space کا اساس (Basis) Nullity of A اور ساتھ ہی دکھائیے کہ ماتریس A یہ Rank Nullity theorem کو مطمئن (Satisfy)

کرے گا۔

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 6 & 9 \\ 3 & -2 & 1 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & -5 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

(13) (a) ثابت کیجئے کہ اگر $0 < a < b < 1$ ہو تب $\frac{b-a}{\sqrt{1-a^2}} < \sin^{-1} b - \sin^{-1} a < \frac{b-a}{\sqrt{1-b^2}}$

(b) $\sin^{-1} x$ کی میکلائرینس سیریز (Maclaurin series) معلوم کیجئے۔

(14) تکمیلہ کی ترتیب بدل کر (By changing order of integration) حل کیجئے۔

$$\int_0^1 \int_{x^2}^x (x^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} dy dx$$
