Maulana Azad National Urdu University

B.Sc (MPC/MPCS) V Semester Examination - Feb-March- 2022

BSMM501DST: Multivariate Calculus

وقت: 3 گھنٹے | **کل نمبرات: 70**

ہدایات:

یہ پرچۂ سوالات دو حصّوں پر مشتمل ہے۔ حصّہ اول اور حصّہ دوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصّوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصّہ اول میں دس لازمی سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی آٹھ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً 100 لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 5 نمبرات مختص ہیں۔ (8X5=40 Marks)
2. حصّہ دوم میں پانچ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً 250 لفظوں پر مشتمل ہے۔۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ (3X10=30 Marks)

حصہ اول

1۔ $f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{16-x^2-y^2}}$ فنکشن کا ڈومین (domain) اور رینج (range) معلوم کریں۔

2۔ $(\varepsilon - \delta)$ definition کا استعمال کرتے ہوئے دکھائیں کہ $\lim_{(x,y)\to(a,b)} x = a$ ہے۔

3۔ Partial Derivative کی لیمت definition کا استعمال کرتے ہوئے $f(x,y) = e^{\sqrt{x}}$ فنکشن کے لیے $f_x(x,y)$ معلوم کریں۔

4۔ Chain rule کا استعمال کرتے ہوئے $\frac{\partial z}{\partial x}$ اور $\frac{\partial z}{\partial y}$ معلوم کریں اگر $x^3 + y^3 + 6xyz + z^3 = 1$ ہے۔

5۔ $f(x,y) = 2 + 2x + 2y - x^2 - y^2$ فنکشن کی absolute max. and absolute min. ویلیوس معلوم کریں اس triangular region پر جو first quadrant کے $x = 0, y = 0, y = 9 - x$ lines سے bounded ہے۔

6۔ Lagrange's multiplier کا استعمال کرتے ہوئے فنکشن $\mathrm{f(x,y,z) = xyz}$ کو $\mathrm{x + y + z = 6}$ کی پابندیوں (constraints) کے ساتھ maximize کریں۔

7۔ $\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} dy\,dx$ کی قیمت معلوم کریں۔

8۔ دیے ہوئے فنکشن $f(x,y) = (9 - x^2)$ کے سرفیس کا area معلوم کریں جس کا ریجن R ایک square ہے اور جس کے vertices (0,0) , (3,0), (0,3), (3,3) ہیں۔

9۔ دو variable کے فنکشن کی continuity کی تعریف کریں۔

10۔ $div(F \times G)$ معلوم کریں اگر $F(x,y,z) =< 1,2x,3y >, G(x,y,z) = < x,-y,z >$

حصہ دوم

11۔ فنکشن $f(x,y) = x^3 + 3xy + y^3$ کے سارے local maxima, local minima اور saddle point معلوم کریں۔

12۔ اس سالڈ (Solid) کا volume معلوم کریں جو $z = 9 - x^2, z = 0,\ x = 0,\ x = 0,\ y = 2x$ سے bounded ہو۔

13۔ Potential فنکشن معلوم کریں اگر $f(x,y,z) = 2xy\ \hat{i} + \left(x^2 + z^2\right)\hat{j}\ + 2yz\,\hat{k}$ فنکشن conservative ہے۔

14۔ $\int_C F.dx$ کو evaluate کریں جہاں $F(x,y,x) = x^2 i\ + y^2 j + z^2 k$ اور $C: r(t) = 2\sin t\, i + 2\cos t\, j + \frac{1}{2}t^2 k, 0\ \le t \le 2\pi$ ہے۔

15۔ $\int_C (\tan^{-1}x + y^2)dx\ +\ (e^y - x^2)dy$ کو Green's Theorem کا استعمال کرتے ہوئے evaluate کریں جہاں C اینولر ریزن (Annular region) $x^2 + y^2 = 3, x^2 + y^2 = 1, 0 < \theta \le \pi$ کا پاتھ (path) ہے۔

***