Maulana Azad National Urdu University

Bachelor of Science

I Semester Examination - March 2023

BSMM101CCT : Calculus

3 Hrs : وقت : Time　　　　Maximum. Marks **70 : جملہ نشانات**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔/

.1 **حصہ اول** میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**

.2 **حصہ دوم** میں 8 سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی 5 سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو(200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 6 نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**

3 **حصہ سوم** میں 5 سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی 3 سوالوں کے جوب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو(500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ اول

سوال نمبر 1۔

(i) $\cosh x = \ldots\ldots\ldots$

(a) $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$　(b) $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$　(c) $\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$　(d) ان میں سے کوئی نہیں

(ii) منحنی (curve) $y = \frac{1}{x-1}$ کے x-axis کے parallel asymptote ہے

(a) $x = 1$　(b) $x = 0$　(c) $y = 1$　(d) $y = 0$

(iii) اگر $I_n = \int_0^{\pi/2} \cos^n x \, dx$ ہے تب

(a) $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-1}$　(b) $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$　(c) $I_n = \frac{n}{n-1} I_{n-1}$　(d) $I_n = \frac{n}{n-1} I_{n-2}$

(iv) $\int (\log x)^n \, dx = \ldots\ldots\ldots$

(a) $x(\log x)^{n-1} - \int (\log x)^{n-2} \, dx$　(b) $x(\log x)^n - n\int (\log x)^{n-1} \, dx$

(c) $x(\log x)^n + n\int (\log x)^{n-1} \, dx$　(d) $x(\log x)^n - \int (\log x)^{n-1} \, dx$

(v) منحنی (curve) $y=f(x)$ کے arc کی لمبائی (length) $y=a$ اور $x=b$ کے درمیان ------ ہے

(a) $\int_a^b \sqrt{\left\{1+\left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right\}}\,dy$ (b) $\int_a^b \sqrt{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}}\,dy$

(c) $\int_a^b \sqrt{\left\{1+\left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right\}}\,dx$ (d) $\int_a^b \sqrt{\left\{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right\}}\,dx$

(vi) منحنی (curve) $r=a$ کا perimeter --------- ہے

(a) $2\pi a$ (b) $2\pi a^2$ (c) πa^2 (d) πa

(vii) Cuboid ایک solid of revolution ہے۔ (صحیح/غلط)

(viii) اگر $R(t)=2t^3\,\hat{i}+3e^t\,\hat{j}-4\cos(\pi t)\,\hat{k}$ تب $\frac{dR}{dt}=$ ....

(ix) اگر $R(t)=t^3\,\hat{i}-2t^2\,\hat{j}+t\hat{k}$ تب $\int_0^1 R(t)\,dt=$ .... ۔

(x) اگر $R(t)=\left(\frac{4-t^2}{2-t}\right)\hat{i}+\frac{1}{1-t}\hat{j}-(2-t)\hat{k}$ تب $\lim_{x\to 2} R(t)=$ .... ۔

حصہ دوم

(2) منحنی (curve) $x^3+x^2y-xy^2-y^3-3x-y+1=0$ کے asymptotes معلوم کرو۔

(3) اگر $y=\sin(m\sin^{-1}x)$ ہو تو ثابت کرو کہ $(1-x^2)y_{n+2}-(2n+1)xy_{n+1}-(n^2-m^2)y_n=0$ ۔

(4) اگر $I_n=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^n x\,dx,\ (n\in N)$ ہو تو ثابت کرو کہ $n(I_{n-1}-I_{n+1})=1$ ۔

(5) $\int_0^1 x^3(1-x^2)^{3/2}\,dx$ کو اخذ (evaluate) کرو۔

(6) اس ٹھوس (solid) کا حجم (volume) معلوم کرو جو x-axis پر $y=\sqrt{x}$ اور $y=x^2$ (curves) کے bounded region کے گھومنے سے بنتا ہے۔

(7) $x=\cos t,\ y=t+\sin t$ کی لمبائی (length) معلوم کریں جب کہ $0\le t\le\pi$ ۔

(8) اگر $R(t)=\cos\omega t\hat{i}+\sin\omega t\hat{j}$ جہاں ω ایک constant ہے، تب ثابت کرو

(i) $\frac{d^2R}{dt^2}+\omega^2R=0$ (ii) $R\times\frac{dR}{dt}=\omega\hat{k}$

(9) اگر projectile 840 m/s کی ابتدائی رفتار (initial speed) اور 60° launch angle کے ساتھ horizontal زمین کے origin سے fire کیا گیا ہو تو اسکے عظیم ترین اونچائی (maximum height), flight کا وقت اور range معلوم کرو۔

حصہ سوم

(10) منحنی (curve) $y^2(a^2+x^2)=x^2(a^2-x^2)$ کوترسیم (trace) کرو۔

(11) منحنی (curve) $r=a(1-\cos\theta)$ کوترسیم (trace) کرو۔

(12) (i) $\int \tan^4 x dx$ کو اخذ(evaluate) کرو ۔

(ii) $\int_0^a (a^2+x^2)^{3/2} dx$ کو اخذ(evaluate) کرو ۔

(13) اس ٹھوس (solid) کی سطح (surface)معلوم کروجو y=0 پر منحنی(curve) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,\ a>b$ کی گردش (revolution) سے بنتی ہو۔

(14) کیپلرس کے دوسرے کلیے (Kepler's Second law) کو بیان اور ثابت کرو۔

☆ ☆ ☆