# Maulana Azad National Urdu University

**B.Tech, I Semester Examination, March 2023**

**BTCS101BST : Engineering Mathematics-I**

**Total Marks: 70** **Time: 3 Hours**

**ہدایات:**

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہی: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم -ہر جواب کے لیے لفظوں کی تعداد اشارۃ ہے تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے -

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/خالی جگہوں پر کرنا/ مختصر جواب والے سوالات ہیں ہر سوال کا جواب لازمی ہے ہر سوال کے لیے 1 نمبر ہے (10x1=10 marks)
2. حصہ دوم میں 08 سوالات ہیں، اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں ہر سوال کا جواب تقریبا (200) لفظوں پر مشتمل ہے ہر سوال کے لیے 6 نمبرات مختص ہیں (5x6=30 marks)
3. حصہ سوم میں 05 سوالات ہیں، اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں ہر سوال کا جواب تقریبا (500) لفظوں پر مشتمل ہے ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں (3x10=30 marks)

---

## حصہ اول

(i) اگر A order 3 کا nonsingular matrix ہے تو rank(A) = -----------

(ii) اگر A orthogonal matrix ہے تو A کی eigen values ہیں= -----------

(iii) میٹرکس $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 7 & -5 & 1 \\ 6 & -6 & 2 \end{pmatrix}$ کا determenant ہے= -----------.

(iv) اگر $T : R^3 \rightarrow R^3$ Linear Transformation ہو جس کا rank(T)=2 ہے تو nullity(T)= ----------.

(v) فرض کریں کہ $u = (a, -1,1)$ اور $v = (a, a, -6)$ دو orthogonal vectors ہیں تو $a$ کی values ہیں= ..............

(vi) Taylor's series کا Lagrange's form of Reminder term لکھیں ---------

(vii) Function $f$ کے Maxima and minima کے لیے $\frac{df}{dx}$ = ---------

(viii) Gamma function کا expression ہے= -----------

(ix) $\int_0^\infty \frac{1}{x} dx$ کس قسم (which kind) کا improper integral ہے= -----------

(x) Beta function $B(4,6)$= -----------.

## حصہ دوم

2. ثابت کریں کہ ہر Square matrix کو $P + iQ$ کے طور پر express uniquely کیا جاسکتا ہے، جہاں $P$ اور Q Hermitian Matrix ہیں ۔

3. Gauss elimination method کے کاطریقہ استعمال کرتے ہوئے درج ذیل system of equation کو حل کریں۔

$$x + 2y + z = 3$$

$$2x + 5y - z = -4$$

$$3x - 2y - z = 5$$

4. x کی وہ تمام values تلاش کریں جن کے لیے درج ذیل function, Rolle's theorem کو satisfiy کرتا ہے۔

$$f(x) = x(x+3)e^{-\frac{x}{2}}, for\ x \in [-3, 0].$$

5. Basis $S = \{(1,1,1), (2,1,0), (1,0,0)\}$ کے حوالے سے Linear Transformation

$T = (z, x - 2y, 3x + z)$ کی Matrix Representation تلاش کریں۔

6. درج ذیل function کے لیے point of maxima and minima نکالیں۔

$f(x) = 3cos^2(x) + \sin^6(x), for\ x \in [-\pi/2, \pi/2]$۔

7. Cayley-Hamilton Theorem بیان کریں اور اسے استعمال کرتے ہوئے درج ذیل Matrix کا Inverse نکالیں

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$۔

8. Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ -4 & 1 & -6 \\ 6 & 3 & -4 \end{pmatrix}$ کی Rank نکالیں

9. چیک کریں کہ $I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ Improper Integral ہے یا نہیں اور اس کے Convergence کو Check کریں۔

## حصہ سوم

10. Matrix $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ کی Eigen values اور Eigen vectors تلاش کریں۔

11. اگر V ایک Inner Product Space ہے اور $S = \{(1,1,1,1), (1,1,2,4), (1,2,-4,-3)\}$ ایک Basis ہے

پھر Gram-Schmidt Orthogonalization Process کا استعمال کرتے ہوئے V کی Orthogonal Basis تلاش کریں۔

12. Rank nullity theorem کی وضاحت کریں۔اگر Linear Transformation $T : R^3 \to R^3$ ہو جس کی وضاحت درج ذیل ہے۔

T (x,y,z) = (x +2y -z,y +z,x +y -2z)

اس Linear Transformation کے لیے Rank Nullity Theorem کی تصدیق (verify) کریں۔

13. State Lagrange mean value theorem. درج ذیل function کے لیے Lagrange mean value theorem verify کیجیے

(i) $f(x) = 2x^2 - 7x + 10,\ x \in [2,5]$

(ii) $f(x) = x^2 - 2x + 3,\ x \in [-2,2]$

14. Beta function کی وضاحت کریں۔اور Improper Integral $I = \int_0^\infty \frac{x^4(1+x^5)}{(1+x)^{15}}\,dx$ کی value نکالیں

***