Maulana Azad National Urdu University

M.Sc. (Maths) I Semester Examination, March 2023

MSMM103CCT : Ordinary Differential Equations

پرچہ : معمولی تفرقی مساوات

Time : 3 hrs **Marks : 70**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں **10** لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات / خالی جگہ پُر کرنا / مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. حصہ دوم میں آٹھ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو **(200)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **6** نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. حصہ سوم میں پانچ سوالات ہیں۔ اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو **(500)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے **10** نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ اول

سوال نمبر 1 :

(i) کیا $y(x) \equiv 1$ مندرجہ ذیل کا حل ہے۔

$$y''+2y'+y=x$$

(صحیح/غلط)

(ii) $\frac{1}{D+2}(x+e^{x}) = ...$ ؟

(iii) $2\frac{dy^2}{dx^2}+3\frac{dy}{dx}+4y=0$ کو حل کیجیے۔

(iv) $\{e^{x}, e^{-x}\}$ کا Wronskian معلوم کیجیے۔

(v) $\frac{dy^2}{dx^2}+5y\left(\frac{dy}{dx}\right)+6y=0$ ایک Linear Ordinary Differntial Equation ہے۔ (صحیح/غلط)

(vi) "Singular Point" کی تعریف کیجیے۔

(vii) "Strum-Liouville Equation" لکھیے۔

(viii) Legendre Polynomials کی شکل میں $2\text{-}3x$ ہوگا۔

(a) $\frac{10}{3}P_0(x)$ (b) $\frac{10}{3}P_0(x)-P_1(x)$ (c) $\frac{10}{3}P_0(x)+\frac{P_1(x)}{5}$ (d) ان میں سے کوئی نہیں

(ix) $y=\sqrt{x}\frac{dy}{dx}+\frac{K}{dy+dx}$ کا Order کیا ہے؟

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(x) کیا $\{x,5x,1,\sin x\}$ لینر لی انڈیپنڈنٹ (L.I.) ہے اگر ہاں تو ثابت کیجیے۔

حصہ دوم

(2) ثابت کیجیے کہ:

(i) $J_{\frac{1}{2}}(x)=\sqrt{\frac{2}{\pi x}}Cosx$

(ii) $J_{-\frac{1}{2}}(x)=\sqrt{\frac{2}{\pi x}}Sinx$

(iii) $\left[J_{\frac{1}{2}}x\right]^2+\left[J_{-\frac{1}{2}}x\right]^2=\frac{2}{\pi x}$

(3) ثابت کیجیے کہ $x=\alpha$ مندرجہ ذیل مساوات

$$x^2y''+4xy'+2y=0$$

کا ایک Regular Singular Point ہے۔

(4) $x^2\frac{d^2y}{dx^2}+7x\frac{dy}{dx}+5y=2x^6$ کو حل کیجیے۔

(5) مندرجہ ذیل کے لیے Picard's Methods کی مدد سے Third Approximation تک حل کیجیے۔

$$\frac{dy}{dx}=z,\frac{dz}{dx}=x^2z+x^2y$$

جہاں پر $\begin{cases} y=5 \\ z=1 \end{cases}$ جب کہ x=0

(6) حل کیجیے۔ $(D^2+4)y=Cos2x$

(7) حل کیجیے۔ $\frac{dy^2}{dx^2}+4\frac{dy}{dx}+3y=e^{-3x}$

(8) مندرجہ ذیل کو Picard's Methos کی مدد سے Third Approximation تک حل کیجیے۔

$\frac{dy}{dx} = 2 - \frac{y}{x}$ ، $y=2$ جب کہ $x=1$

(9) سیریز میں حل کیجیے۔

$(x^2+1)y''+xy'-xy=0$

حصہ سوم

(10) مندرجہ ذیل Strum Liouville Problem کے لیے Eigen Values اور Eigen Functions معلوم کیجیے۔

$X''+\lambda X=0, X(0)=0, X'(L)=0$

(11) $x(x-1)y''+(3x-1)y'+y=0$ کو Series میں حل کیجیے۔

(12) مندرجہ ذیل کے Green's Function لکھیے ۔

$y''+y=X; y(0)=y\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$

(13) $y''+xy'+x^2y=0$ کو Series میں حل کیجیے۔

(14) (i) ایسے Continous Function کی مثال دیجیے جو کسی Rectangle پر Lipschitz Condition کو مطمئن نہیں کرتا ہے۔

(ii) ثابت کیجیے کہ: $f(x,y)=x^2+y^2$ کسی Rectangle $R:|x|\le a, |y|\le b$ پر Lipschitz Condition کو مطمئن کرتا ہے۔

☆☆☆