Maulana Azad National Urdu University

M.Sc. (Maths) I Semester Examination, December 2023

MSMM103CCT : Ordinary Differential Equations

پرچہ : معمولی تفرقی مساوات

Time : 3 hrs **Marks : 70**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. حصہ اول میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. حصہ دوم میں آٹھ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 6 نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. حصہ سوم میں پانچ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو(500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے10 نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ اول

سوال : 1

(i) مساوات $3y''+2y'=0$ کے characteristic roots ----- ہے

(a) $0,\ 2/3$ (b) $0,\ -2/3$ (c) $0,\ 1/3$ (d)ان میں سے کوئی نہیں

(ii) مساوات $y''-y'=e^x$ کا----- particular integral ہے

(a) e^x (b) $\frac{e^x}{4}$ (c) $-\frac{e^x}{4}$ (d)ان میں سے کوئی نہیں

(iii) Uniqueness theorem for I.V.P کو بیان کرو۔

(iv) دی گئی مساوات $x^2y''-5y'+3x^2y=0$ میں $x=0$ ----- point ہے۔

(a) irrugular singular (b) regular singular (c) (a) اور (b) دونوں (d) ان میں سے کوئی نہیں

(v) Legendre Polynomial $P_n(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(a) $\frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dx^n}(x^2-1)^n$ (b) $\frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dx^n}(x^2-1)$

(c) $\frac{1}{2^n n}\frac{d^n}{dx^n}(x^2-1)^n$ (d)ان میں سے کوئی نہیں۔

(vi) ان میں سے کونسی Bessel's مساوات ہے۔

(a) $(1-x^2)y''+xy'+(x^2-\alpha^2)y=0$ (b) $x^2y''+xy'+(x^2-\alpha^2)y=0$

(c) $x^2y''+y'+(x^2-\alpha^2)y=0$ (d) $y''+xy'+(x^2-\alpha^2)y=0$

(vii) کیا دی گئی مساوات $(x^2+xy)dx+xydy=0$ exact ہیں۔ (ہاں / نہیں)

(viii) $f(x,y)=4x^2+y^2 \; (|x|\le 1,\; |y|\le 1)$ کا Lipschitz constant --------- ہے۔

(ix) $y'=y^2$ کا حل ----- ہے۔

(a) $x+c$ (b) $\frac{1}{x+c}$ (c) $\frac{-1}{x+c}$ (d) ان میں سے کوئی نہیں۔

(x) Green's function کے تین conditions بیان کرو۔

حصہ دوم

2. دی گئی مساوات $y''+4y=\cos x$ کو variation of parameters کی مدد سے حل کرو۔

3. اگر ϕ_1 ، ϕ_2 دو حل ہے $L(y)=0$ کے اور c_1, c_2 arbitrary constant ہیں تب ثابت کرو linear combination

$\phi=c_1\phi_1+c_2\phi_2$ بھی $L(y)=0$ کا حل ہوگا۔

4. ثابت کرو کہ (show that) $x=0$ ، $x=-1$ singular point ہے دی گئی مساوات $x^2(x+1)y''+(x^2-1)y'+2y=0$ کے۔

5. دی گئی مساوات $x^2y''+(x+x^2)y'-y=0$ کے indicial polynomial اور roots معلوم کرو۔

6. $y'=\frac{x-y+2}{x+y-1}$ کا حل معلوم کرو۔

7. Lipschitz condition کو بیان کرو اور بتلاؤ کہ $f(x,y)=xy^2$ Lipschitz condition کو satisfy کرتا ہے۔

$|x|\le 1,\; |y|\le 1$ میں اور $|x|\le 1,\; |y|<\infty$ میں satisfy نہیں کرتا۔

8. دی گئی Strum-Liouville problem $y''+\lambda y=0,\; y(0)=0, y(\pi)=0$ کے eigen values اور eigen function معلوم کرو۔

9. دی گئی boundary value problem $y''=0,\; y(0)=y(l)=0$ کا Green's function معلوم کرو۔

حصہ سوم

10. اگر ϕ_1 ، ϕ_2 وقفہ (interval) $x_0\in I$ پر مساوات $L(y)=y''+a_1y'+a_2y=0$ کے دو حل ہیں تب بتلاؤ کہ

$$W(\phi_1,\phi_2)(x)=e^{-a(x-x_0)}W(\phi_1,\phi_2)(x_0)$$

11. دی گئی مساوات $y''+y'-6y=0$ کو

(a) اخذ کرو (compute) ϕ جو satisfy کرتا ہے $\phi(0)=1$ ، $\phi'(0)=0$ ۔

(b) اخذ کرو (compute) ψ جو satisfy کرتا ہے $\psi(0)=0$ ، $\psi'(0)=1$ ۔

(c) اور $\phi(1)$ ، $\psi(1)$ بھی معلوم کرو۔

12. ثابت کرو (show that) $\int_{-1}^{1} P_n(x)P_m(x)\,dx=0;\; (n\ne m)$

13. ابتدائی قیمت کا مسئلہ (initial value problem) $y'=3y+1,\; y(0)=2$ کے پہلے چار (4) successive pproximation

$\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ معلوم کرو۔

14. دی گئی boundary value problem $\frac{d^2y}{dx^2}+\mu^2y=0$ ، $y(0)=y(l)=0$ کا Green's function معلوم کرو۔