Maulana Azad National Urdu University

M.Sc. (Maths) III Semester Examination, December-2023

MSMM302CCT : Partial Differential Equations

پرچہ : جزوی تفرقی مساوات

Time : 3 hrs **Marks : 70**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. **حصہ اول** میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. **حصہ دوم** میں آٹھ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو **(200)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 6 نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. **حصہ سوم** میں پانچ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو **(500)** لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 10 نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ ۔ اول

سوال نمبر 1

(i) $r - 2s + q^2 = 0$ کا آرڈر-------ہے۔

(ii) $Pp + Qq = R$ linear PDE کا آم حل-------ہے۔

(iii) $r - 2s + t = sin(2x + 3y)$ کی Auxiliary مساوات-------ہے۔

(iv) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial z}{\partial y}$ ہے (a) parabolic (b) hyperbolic (c) elliptic (d) none

(v) PDE میں p, q, r, s, t کو partial فورم میں لیکھیں۔

(vi) Charpit's طریقے کی auxialry مساوات لکھیے۔

(vii) $(D^3 - 4D^2D' + 4DD'^2)z = 0$ کا حل ------- ہے۔

(viii) ایک dimensional کی heat مساوات ------- ہے۔

(ix) laplace مساوات کو cylindrical coordinates میں لکھیے۔

(x) wave مساوات کو دو dimension میں لکھیے۔

حصہ ۔ دوم

2۔ حل کریں: $z(x+y)p + z(x-y)q = x^2 + y^2$

3۔ دیکھائیں (show that) کہ مساوات $xp - yq = x$ اور $x^2p + q = xz$ compatible ہیں اور انکا حل معلوم کریں۔

4۔ PDE کو Classify کریں: $u_{xx} + u_{yy} = u_{zz}$

5۔ حل کریں: $D^3 - 6D^2D' + 11DD'^2 - 6D'^3 = 0$

6۔ PDE کو variable کے seperation کے طریقے سے حل کریں: $u_{xx} = u_y + 2u,$ جہاں $u(o,y) = 0$ اور $\frac{\partial}{\partial x}u(0,y) = 1 + e^{-3y}$ boundary conditions ہیں۔

7۔ Laplace کی مساوات $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ کو پولر کوارڈینیٹس میں حل کریں۔

8۔ ایک ڈائمنشنل ویو مساوات $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ کو ڈرائیو کریں۔

9۔ D'Alembert کے طریقے سے ایک ڈائمنشنل ویو مساوات کو حل کریں۔

P.T.O

حصہ ۔ سوم

10۔ $px + qy = pq$ کو Charpit's کے طریقے سے حل کریں۔

11۔ اس سرفیس کی مساوات معلوم کریں جو سرفیس کی family $x(x^2 + y^2 + z^2) = c_1 . y^2$ پر orthogonal ہے۔

12۔ حل کریں: $(D^2 - D' - 3D + 3D')z = xy + e^{x+2y}$

13۔ $\frac{\partial u^2}{\partial x^2} + \frac{\partial u^2}{\partial y^2} = 0,\ 0 < x < \pi\ ,\ 0 < y < \pi$ کو حل کرو جو ذیل میں دی گئی شرات کو پوری کریں: $u(0,y) = u(\pi, y) = u(x, \pi) = 0$ اور $u(x,0) = sin^2 x$۔

14۔ ایک dimensional حرارت کی مساوات $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{k}\frac{\partial u}{\partial t}$ کو ریجن (region) $0 \leqslant x \leq \pi,\ t > 0$ کے لیے حل کریں جب

(i) u finite رہتا ہے جب $t \longrightarrow \infty$ ہوتا ہے

(ii) $u(0,t) = u(\pi, t) = 0$

(iii) جب $t = 0$ تب

$$u = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \pi - x, & \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \end{cases}$$