Maulana Azad National Urdu University

M.Sc. (Physics) I Semester Examination, December 2023

MSPH102CCT : Mathematical Physics

پرچہ : ریاضاتی طبیعیات

Time : 3 hrs **Marks : 70**

ہدایات:

یہ پرچہ سوالات تین حصوں پر مشتمل ہے: حصہ اول، حصہ دوم، حصہ سوم۔ ہر جواب کے لئے لفظوں کی تعداد اشارۃً ہے۔ تمام حصوں سے سوالوں کا جواب دینا لازمی ہے۔

1. **حصہ اول** میں 10 لازمی سوالات ہیں جو کہ معروضی سوالات/ خالی جگہ پُر کرنا/مختصر جواب والے سوالات ہیں۔ ہر سوال کا جواب لازمی ہے۔ ہر سوال کے لیے 1 نمبر مختص ہے۔ **(10 x 1 = 10 Marks)**
2. **حصہ دوم** میں آٹھ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی پانچ سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً دوسو (200) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے 6 نمبرات مختص ہیں۔ **(5 x 6 = 30 Marks)**
3. **حصہ سوم** میں پانچ سوالات ہیں۔اس میں سے طالب علم کو کوئی تین سوالوں کے جواب دینے ہیں۔ ہر سوال کا جواب تقریباً پانچ سو(500) لفظوں پر مشتمل ہے۔ ہر سوال کے لیے10 نمبرات مختص ہیں۔ **(3 x 10 = 30 Marks)**

حصہ اول

سوال نمبر : 1

(i) Laguerre Differential Equation کے لیے درجہ ذیل میں سے کون سی درست تفریقی مساوات ہے۔

(a) $xy''+(1+x)y'+ny=0$

(b) $xy''+(1-x)y'+ny=0$

(c) $xy''-(1-x)y'+ny=0$

(d) $xy''+(1-x)y'-ny=0$

(ii) Bessel تفرقی مساوات کے لیے درج ذیل میں سے کون سی درست تفریقی مساوات ہے؟

(a) $x^2y''+xy'+(x^2-n^2)y=0$

(b) $x^2y''-xy'+(x^2+n^2)y=0$

(c) $x^2y''+xy'-(x^2+n^2)y=0$

(d) $x^2y''-xy'-(x^2-n^2)y=0$

(iii) Legendre تفریقی مساوات کے لیے Indices مساوات کی صحیح شکل کیا ہے؟

(a) $(n-p)(n-p+1)=0$

(b) $(p-n)(p+n+1)=0$

(c) $(n-p)(n+p+1)=0$

(d) $(p-n)(p-n+1)=0$

(iv) Bessel تفریقی مساوات کے لیے Indices مساوات کی صحیح شکل کون سی ہے؟

(a) $p^2 - n^2 = 0$

(b) $p^2 + n^2 = 0$

(c) $n^2 - p^2 = 1$

(d) $n^2 + p^2 = 0$

(v) Bessel فنکشن کی ترتیب کیا ہے جو Bessel تفریقی مساوات کو پورا کرتی ہے۔

(a) n (b) $2n$ (c) n^2 (d) $\sqrt{n}$

(vi) $f(x) = e^{-3x^2}$ کا فوریئر ٹرانسفارم درجہ ذیل شکل کا ہے جہاں A اور B مستقل ہیں۔

(a) $Ae^{-B|\omega|}$ (b) $Ae^{-B\omega^2}$ (c) $A + B|\omega|^2$ (d) $Ae^{B|\omega|}$

(vii) ماترس $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ کا ملحقہ (Adjoint) یہ ہے:

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$

(viii) ایک ہی ترتیب کے دو مربع ماترس کی ضرب صفر کے برابر ہے۔ مطلب:

(a) At least one of the matrices is non-singular
(b) Either one is a null matrix
(c) Both are non-singular matrices
(d) Both are singular matrices

(ix) ماترس A کو ارتھوگونل کہا جاتا ہے اگر:

(a) $AA' = I$ (b) $AA' = 0$ (c) $AA^{-1} = I$ (d) $AA^{-1} = 0$

(x) $L^{-1}\left[\frac{1}{s^n}\right]$ ممکن ہے اگر n یہ ہو تو

(a) Positive integer (b) Zero (c) Negative integer (d) Negative rational

حصہ دوم

(2) Hermite تفریقی مساوات کے لیے Recurrence کا رشتہ اخذ کریں۔

(3) پاؤر سیریز سلوشن کا استعمال کرتے ہوئے Legendre تفریقی مساوات کے لیے Indical کی مساوات اخذ کریں اور بحث کریں کہ مفروضہ پاؤر سیریز کی بڑھتی ہوئی/ گھٹتی ہوئی نوعیت Indical کی مساوات کی تعمیر کو کیسے متاثر کرتی ہے؟

(4) ہرمائٹ تفریقی مساوات کے لیے Recurrence تعلق کا استعمال کرتے ہوئے ہرمائٹ Polynomial کی مساوات کو اخذ کریں۔

(5) Legendre تفریقی مساوات کے لیے $a_1=a_3=a_5=....=0$ ثابت کریں۔

(6) سمیٹرک اور غیر سمیٹرک ماترس کی وضاحت کریں۔ ثابت کریں کہ کسی بھی مربع ماترس کو دو ماترسوں کے جمع کے طور پر ظاہر کیا جا سکتا ہے جس میں ایک سمیٹرک اور دوسرا غیر سمیٹرک

(7) $f(x) = xe^{-ax}$ کی فوریئر Sin اور Cosine ٹرانسفارم تلاش کریں۔

(8) فوریئر انٹیگرل تھیورم کو بیان کریں اور ثابت بھی کریں۔

(9) $f(x) = e^{-2x}\sin(4x)$ اور $x^2\cos(ax)$ کی Laplace ٹرانسفارم تلاش کریں۔

حصہ سوم

(10) Legendre تفریقی مساوات سے Legendre Polynomial بنائیں۔

(11) ہرمائٹ پولینومیل کی پہلی اصطلاح (Term) کو حاصل کریں۔

(12) طبعیات یا کسی دوسرے قدرتی سائنس میں مختلف تفریقی مساوات کے پانچ اطلاقات لکھیں۔

(13) ماترس $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ کی Characteristic Polynomial کی تلاش کریں اور Cayley-Hamilton تھیورم کی تصدیق کریں اور A^{-1} کو حاصل کریں۔

(14) $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ ماترس کے Eigenvalues اور Eigenvectors کو تلاش کریں۔

☆☆☆